

MATEMATIKA

Nerea BARTRA GOROSABEL

BATUKETA ETA KENKETAREN
ALGORITMOEN LANKETA LEHEN
HEZKUNTZAKO LEHENENGO
MAILAN

TFG/GBL 2014



Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea

Grado en Maestro de Educación Primaria
/
Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua
Grado en Maestro en Educación Primaria

Gradu Bukaerako Lana
Trabajo Fin de Grado

**BATUKETA ETA KENKETAREN ALGORITMOEN
LANKETA LEHEN HEZKUNTZAKO LEHENENGO
MAILAN**

Nerea. BARTRA GOROSABEL

GIZA ETA GIZARTE ZIENTZIEN FAKULTATEA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y SOCIALES

NAFARROAKO UNIBERTSITATE PUBLIKOA
UNIVERSIDAD PÚBLICA DE NAVARRA

Ikaslea / Estudiante

Nerea BARTRA GOROSABEL

Izenburua / Título

Batuketa eta kenketaren algoritmoen lanketa Lehen Hezkuntzako lehenengo mailan

Gradu / Grado

Lehen Hezkuntzako Irakasleen Gradua / Grado en Maestro en Educación Primaria

Ikastegia / Centro

Giza eta Gizarte Zientzien Fakultatea / Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
Nafarroako Unibertsitate Publikoa / Universidad Pública de Navarra

Zuzendaria/ Director-a

Aitzol LASA OYARBIDE

Saila / Departamento

Matematika Saila / Departamento de Matemáticas

Ikasturte akademikoa / Curso académico

2013/2014

Seihilekoa / Semestre

Udaberrik / Primavera

Hitzaurrea

2007ko urriaren 29ko 1393/2007 Errege Dekretua, 2010eko 861/2010 Errege Dekretuak aldatuak, Gradu ikasketa ofizialei buruzko bere III. kapitulu hau ezartzen du: “ikasketa horien bukaeran, ikasleek Gradu Amaierako Lan bat egin eta defendatu behar dute [...] Gradu Amaierako Lanak 6 eta 30 kreditu artean edukiko ditu, ikasketa planaren amaieran egin behar da, eta tituluarekin lotutako gaitasunak eskuratu eta ebaluatu behar ditu”.

Nafarroako Unibertsitate Publikoaren Haur Hezkuntzako Irakaslearen Graduak, ANECAk egiaztatutako tituluaren txostenaren arabera, 12 ECTSko edukia dauka. Abenduaren 27ko ECI/3857/2007 Aginduak, Haur Hezkuntzako irakasle lanetan aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizialak egiaztatzeko baldintzak ezartzen dituenak arautzen du titulu hau; era subsidiarioan, Unibertsitatearen Gobernu Kontseiluak, 2013ko martxoaren 12ko bileran onetsitako Gradu Amaierako Lanen arautegia aplikatzen da.

ECI/3857/2007 Aginduaren arabera, Haur Hezkuntzako Irakaslearen ikasketa-plan guztiak hiru modulutan egituratzen dira: lehena, oinarrizko prestakuntzaz arduratzen da, eduki sozio-psiko-pedagogikokoak garatzeko; bigarrena, didaktikoa eta diziplinakoa da, eta diziplinen didaktika biltzen du; azkenik, Practicum daukagu, zeinean graduako ikasleek eskola praktiketan lortu behar dituzten gaitasunak deskribatzen baitira. Azken modulu honetan dago Gradu Amaierako Lana, irakaskuntza guztien bidez lortutako gaitasun guztiak islatu behar dituen. Azkenik, ECI/3857/2007 Aginduak ez duenez zehazten gradua lortzeko beharrezkoak diren 240 ECTSak nola banatu behar diren, unibertsitateek ahalmena daukate kreditu kopuru bat zehazteko, aukerako irakasgaiak ezarri, gehienetan.

Beraz, ECI/3857/2007 Agindua betez, beharrezkoa da ikasleak, Gradu Amaierako Lanean, erakus dezan gaitasunak dituela hiru moduluetan, hots, oinarrizko prestakuntzan, didaktikan eta diziplinan, eta Practicumean, horiek eskatzen baitira Haur Hezkuntzako Irakasle aritzeko gaitzen duten unibertsitateko titulu ofizial guztietan.

Lan honetan, oinarrizko prestakuntzako modulua marko teorikoaren eta egoera didaktikoen ataletan garatzen da, hau da, bigarren eta hirugarren ataletan. Modulu honek erakusten dituen edukiek Lehen Hezkuntzako ikasleak gehiago ezagutzeko aukera ematen dute haien garapen kognitiboa nolakoa den ikusiz. Honela, adin horietako ikasleekin aritzeko baita lan egiteko diseinatu behar diren ariketak edo egoerak ezaugarri eta garapen horietara egokituz.

Didaktika eta diziplinako moduluak, bereziki, lan honen hirugarren puntuan nabarmentzen dira. Modulu horietatik jasotako ezagutza teorikoa eta praktikoa aplikatuz matematikaren edukiak lantzeko bost egoera didaktiko diseinatzeko aukera egon da. Gainera, hizkuntzaren didaktikak hizkuntza idatziaren inguruan egindako ekarpenak kontuan hartu dira lana ulargarria garatzeko nahian.

Halaber, Practicum modulua lan honen atal ezberdinetan islatzen da. Nahiz eta lan hau teorikoa izan, hau da, praktikara eraman ez den lana izan, hirugarren puntuko egoerak diseinatzerako baita ondorioak aipatzeko eskolan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleekin matematikaren inguruan izandako esperientzia ezinbestekoa izan da. Modulu hau, eskola bateko errealitatea, irakaslearen zeregina eta ikasleak hobeto ezagutzeko oso baliagarria izan da. Honi esker, planteatzen diren egoerak errealitate horietara egokitzeko aukera izanik.

Beste alde batetik, ECI/3857/2007 Aginduak ezartzen du, Gradua amaitzerako, ikasleek gaztelaniazko C1 maila eskuratuta behar dutela. Horregatik, hizkuntza gaitasun hau erakusteko, hizkuntza honetan idatziko dira “aurrekariak, helburuak eta galdekizunak” eta “ondorio” atalak, baita hurrengo atalean aipatzen den laburpen derrigorrezkoa ere.

Laburpena

Lan honetan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleentzat zuzendutako bost egoera didaktiko aurkezten dira. Egoerek batuketa eta kenketaren algoritmoak lantzeko helburua dute. Algoritmo horiek testuinguru ezberdinetan lantzen dira ikasleek batuketa eta kenketaren benetako nozioak ezagutzeko asmoz. Horri esker, ikasleak matematikoki konpetenteak bilakatuz. Egoera didaktiko horiek diseinatzeko, lanaren atal teorikoan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleen garapen kognitiboa eta ezaugarriak zeintzuk diren baita matematikak nola landu behar diren aipatzen da. Ezaugarri horiek kontuan hartuz, geroago, egoeren diseinua planteatzeko. Lanaren azkeneko atalean, diseinatutako proposamena praktikara eramatearen ezintasunaren ondorioz, konparaketa bat garatuko da. Konparaketa metodologia tradizional batek batuketaren eta kenketaren ikaskuntzan dituen emaitzak eta diseinatutako proposamenak izan ditzakeen emaitzen artean izango da.

Hitz gakoak: algoritmoa; batuketa; kenketa; egoerak; gaitasunak.

Resumen

El presente trabajo contiene cinco situaciones didácticas dirigidas al alumnado de primer curso de Educación Primaria con el fin de trabajar los algoritmos de la suma y de la resta. Estos algoritmos son trabajados en diferentes contextos con el objetivo de que el alumnado sea capaz de comprender sus verdaderas nociones. Gracias a esto el alumnado se convierten en personas matemáticamente competentes. Para el diseño de estas situaciones didácticas, en el apartado teórico del trabajo se exponen las características y el desarrollo cognitivo de los niños de primer curso de Educación Primaria así como la importancia de cómo trabajar las matemáticas. Teniendo en cuenta estas características se plantearán las situaciones creadas. En el último apartado del trabajo, debido a la imposibilidad de la puesta en práctica de la propuesta diseñada se expone una comparativa. Esta comparativa tratará los resultados que una metodología tradicional conlleva en el aprendizaje de la suma y la resta y el supuesto resultado que la propuesta diseñada podría obtener.

Palabras clave: algoritmo; suma; resta; situaciones; competencias.

Abstract

The present work contains five didactic situations to put in practice with students from the first grade of the Primary Education. Situations are created to work the addition and subtraction algorithm. These algorithms are worked in different situations in order to make students able to understand their real notions. As a result, students turn into mathematically competent people. In order to design these situations, in the theoretical part of the work the characteristics and cognitive development of the students from the first year of Primary Education and the importance of how the mathematics need to be taught are given. Taking into account these characteristics the designed situations will be set out. In the last section of the work, due to the impossibility of the practice of the designed situations a comparison is done. The comparison is about the result that a traditional methodology has in the addition and subtraction learning and the assumption results that the designed suggestion could have.

Keywords: algorithm, addition; subtraction; situation; competences.

Aurkibidea

1. Aurrekariak, helburuak eta galdekizunak	1
1.1. Aurrekariak	1
1.2. Helburuak	5
1.3. Galdekizunak	5
2. Marko teorikoa	12
2.1. 7-8 urteko haurren garapen kognitiboa	12
2.2. Konstruktibismoa eta Egoera didaktikoen teoria	14
2.2.1. Konstruktibismoa	14
2.2.2. Egoera didaktikoen teoria	15
2.3. Edukiak: Batuketak eta kenketak	19
2.3.1. Zenbakiaren zentzua	20
2.3.2. Kalkulu teknikak	22
2.3.3. Batuketa-kenketa problema motak	24
3. Egoera didaktikoen diseinua	27
3.1. Tokearen jokoa	29
3.2. Taula koloredunaren jokoa	34
3.3. Guda jokoa	38
3.4. Helburu jokoa	41
3.5. Hamaiketakoa banatzera goaz!	44
4. Inplikazio pedagogikoak eta psikologikoak	50
Ondorioak	53
Erreferentziak	61

1. Aurrekariak, helburuak eta galdekizunak

1.1. Aurrekariak

Matematika irakasgaiak ikasleen irakaskuntzan eta ikaskuntzan duen eta izan duen garrantzia agerikoa da. Gaur egun eskolan lantzen diren irakasgai guztietatik, matematika munduko herrialde guztietan lantzen den irakasgaietako bat da, lurralde guztietan izugarrizko garrantzia izanik. Matematikaren garrantzia nabarmentzen duen faktoretako bat hezkuntza zentroetan matematikaren ikaskuntzarako bideratzen diren sesio kopuruak dira. Konparaketa bat burutzen bada matematikak lantzeko erabiltzen diren ordu kopuruen eta beste irakasgai batzuk, hala nola natur zientziak edo gorputz heziketa lantzeko erabiltzen direnen artean, ondorioak nabarmenak dira. Matematika ezagutzaren lanketak, euskara irakasgaiarekin batera, ordutegiaren sesio gehienak betetzen ditu. Zehazki, sei sesio erabiltzen dira irakasgai horien ikaskuntzarako. Natur zientzien eta gorputz heziketarentzako berriz, astean lau eta bi sesio erabiltzen dira. Gaur egun matematikak duen garrantzia justifikatzen duen beste faktore bat LOEk ezarritako oinarrizko gaitasunak dira. Lege honek zortzi gaitasun ezarri zituen 2006an indarrean sartu zenean, horietako bat *matematikaren gaitasuna* izanik. Ikasleek gaitasun horiek Lehen Hezkuntzan zehar eskuratu beharko dituzte.

Lan hau matematikaren ezagutza zehatz baten irakaskuntzan eta ikaskuntzan zentratzen da. Ezagutza hori batuketa eta kenketaren algoritmoak dira. Matematikaren ikaskuntzaren barruan ikasten diren edukietatik batuketak eta kenketak oinarrizkoak dira. Eduki matematiko zehatz hauek beste eduki matematiko batzuk ikasten jarraitzeko funtsezkoak eta ezinbestekoak dira. Hori dela eta, batuketak eta kenketak oinarrizko aritmetika bezala ezagutzen dira. Funtsezko eduki hauek ez badira behar diren bezala erakusten eta, ondorioz ikasten, etorkizunean zailtasun handiagoko ezagutzak modu esanguratsu batean ikastea, ulertzea eta erabiltzea ezinezkoa izango da.

Algoritmo horiek irakasteko modua historian zehar aldatu eta hobetu den arren, oraindik gaur egun gehien erabiltzen den metodoa metodologia tradizionala da. Metodologia tradizionala batuketa eta kenketaren ikaskuntzarako testu liburuetan

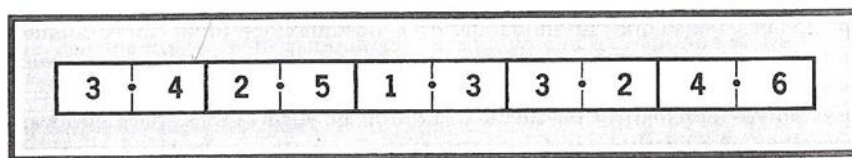
agertzen diren ariketak erabiltzean oinarritzen da. Testu liburuen erabilpenak algoritmoen ikaskuntza prozedura sinple baten memorizazioan bilakatzen dute. Zehazki, batuketa eta kenketaren algoritmoak ebazteko prozedura. Testu liburuek planteatzen dituzten ariketetan testuinguratu gabeko algoritmoak aurkitzen dira eta ikasleek algoritmo horiek ebatzi behar dituzte. Algoritmoak ebazteko, ikasleek batuketa eta kenketak ebazteko prozedurak errepikatu beharko dituzte. Prozedurak modu mekaniko batean burutuz. Beraz, testu liburuen bitartez lortzen den algoritmoen ikaskuntza, soilik batuketa eta kenketa ezberdinen ebazpenak errepikatzean zentratzen dela esan daiteke.

Praktika denboraldietan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleekin izandako esperientziek metodologia tradizionalen erabilpenak batuketa eta kenketaren ikaskuntzan ekartzen dituzten gabeziak nabarmendu dituzte. Metodologia honen erabilerarengatik ikasleek ezin dute ikaskuntza esanguratsua eskuratu. Aurreko baieztapena egiaztatzen duen adibidetako bat, testu liburuetan agertzen diren ohiko ariketetan aldaketaren bat planteatzean ikasleek galtzeko joera dutela da. Ez dakite zein testuinguru errealean erabili behar dituzte algoritmo horiek. Halaber, ez dute gogorik ezta motibaziorik matematikaren ezagutza berriak ikasten jarraitzeko. Izan ere, haien eguneroko zeregina algoritmoak ebazteko prozedura mekanikoa errepikatzean oinarritzen da. Testu liburuen erabilpenean oinarritutako metodologiak batuketa eta kenketaren ikaskuntzan ekartzen dituen arazoez kontziente izanik, lan hau ondorengo helburuarekin burutuko da: Metodologia tradizionaletik aldentzea eta aipatutako algoritmoen irakaskuntzarako egoera didaktikoen teoria aplikatzea. Modu honetan, teoria edo metodo ezberdinak aplikatzerakoan lortzen diren ondorioak kalitate hobeagoak eta positiboagoak direla demostratu nahi da.

Algoritmoak modu esanguratsu batean landu ahal izateko bost egoera didaktiko ezberdin diseinatuko dira. Egoera horietan ikasleek, haien esperimentazioaren bitartez, batuketak eta kenketak aplikatzeko testuinguru erreal ezberdinak ezagutzeko aukera izango dute. Algoritmoak noiz, zergatik eta zertarako erabili behar diren ulertuz. Egoerak sortzerako orduan, Chamorrok (2003) bere lanetan jokoei emandako garrantzia erreferentzia gisa hartuko da.

Chamorrok (2003) azaltzen duen bezala, ikasleei algoritmoen prozedura mekanikoak memorizatzen derrigortzea ez dauka inongo zentzurik. Irakaskuntza ikasleek zenbakiekin jolastean esperimentatzen duten plazerra esplotatzean datza. Honekin batera, egoera ezberdinak eman behar zaizkie non irabazteak batuketa eta kenketaren erabilera egokiarekin zerikusia duen. Honetarako, joko ezberdinak bilatu eta erabili behar dira. Joko horiek, modu batean edo bestean, ezagutza hori bideratu behar dute. Chamorrok (2003) lan egiteko zortzi joko ezberdin aipatzen ditu.

Proposatzen duen lehenengo jokoak *dominoaren joko* da. Jolasteko arauak ohikoak dira edota lortu nahi diren helburuen arabera moldatu daitezke. Adibidez, zenbaki berdinak duten bi fitxa bata bestearen alboan kokatu beharrean, zehaztutako kopuru zehatz bat ematen duten bi fitxa jarri ahal dira. Bi fitxa horiek dituzten zenbakien arteko batura zehaztutako kopuru zehatz hori izanik.



1. Ilustrazioa. Domino jokoaren adibide bat (Chamorro, 2003, 234.or)

Karten jokoak ere laguntza handiko jokoak bezala planteatzen dira. Joko interesgarri bat bikoteak egitean oinarritzen da. Adibidez, zenbaki baten adierazpen kanonikoa bere adierazpen gehigarriarekin lotzea (7 eta $5+2$). Aipatzen den beste joko bat *bataila jokoak* deiturikoak dira. Joko hauek zenbakizko konparaketak egitea derrigortzen dute. Ikasleek karta handiena bota duen jokalaria nor den jakiteko estrategia ezberdinak bilatu behar dituzte. Joko hauetan jokalariek karta bat bota beharko dute eta karta handiena bota duen jokalaria nor den jakin beharko dute. Karta handiena bota duen jokalaria karta guztiak hartu eta berarentzat izango dira. Bi jokalarik edo gehiago balio berdina duten kartak botatzen badituzte, bataila bat emango da haien artean. Bigarrenengo karta bat bota beharko dute, edo gehiago behar izanez gero, jokalaria irabazlea, hots, kartak berarentzat hartzen dituen jokalaria nor den erabaki arte.

Ejemplo de partidas:

3 + 3	4	2 + 1
5 + 1	3 + 2	6

Gana el jugador que ha tirado la carta 3 + 3.

Hay batalla entre el jugador que ha tirado la carta 5 + 1, y el que ha tirado la 6, por lo que ambos jugadores deben tirar una segunda carta:

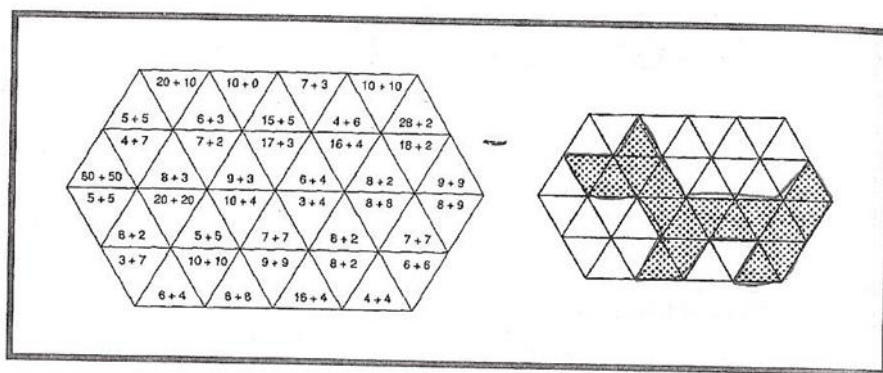
2 + 2	3
-------	---

El jugador que ha tirado la carta 2 + 2 se lleva las cinco cartas.

2. Ilustrazioa. Batalla jokoaren adibide bat (Chamorro, 2003, 235.or)

Halaber, *helburu jokoak* zenbaki ezberdinen gehiketak lantzeko helburuarekin planteatzen dira. Joko hauetan helburua izango den zenbaki bat zehazten da. Ikasleek karta kopuru zehatz batekin zenbaki hori lortzera iritsi behar dira. *Tokearen joko* tipikoa eta *bi dado erabiltzen diren jokoak* gehiketa egoerak lantzeko gomendatzen dira. Gainera, bi dado erabiltzen diren jokoetan gehiketa lantzeaz gain kenketa ere landu daiteke. Dadoak kolore ezberdinekoak badira dado batek irabaztea edo aurreratzea adierazi dezake eta besteak berriz, galdu edo atzeratu. Honela, jokaldiaren azkeneko emaitza aurkitzeko, kenketa bat burutzea beharrezkoa izango da. “Joko guzti hauek gehiketa eta kenketa eragiketei zentzua ematen laguntzen dute, egoera ezberdinekin erlazionatuz: handiagotze, gutxitze, aurrerapen, atzerapen” (Chamorro, 2003).

Bingoa gehiketa eta kenketa egoerak lantzeko erabili ahal den beste joko bat da. Arauak ohikoa izan daitezke, hala ere, ozenki esaten diren zenbakiak adierazpen gehigarri eta kengarriak izan ditzakete. Azkenik, Chamorrok (2003) haurrentzako bideratutako joko tradizional bat planteatzen du: *koloreztatuak*. Joko hau moldatu daiteke joko honen bitartez lortu nahi diren ezagutza eta helburu matematikoak erdiesteko.



3. Ilustrazioa. Koloreduna jokoaren adibide bat (Chamorro, 2003, 238.or)

1.2. Helburuak

Hainbat dira lan honen garapenaren bitartez lortu nahi diren helburuak. Helburuak modu honetan laburbildu daiteke:

- Egoera didaktikoen teoria Lehen Hezkuntzako lehenengo mailan batuketa eta kenketaren algoritmoen irakaskuntzarako eta ikaskuntzarako aplikatzea.
- Testuinguru erreal ezberdinak lantzea non batuketak eta kenketak testuinguru horietan planteatzen diren problemak ebazteko beharrezkoak aurkezten diren.
- Egoera didaktikoak diseinatzea non ikasleek batuketa eta kenketaren ezagutza berriak eskuratzen dituzten bitartean interesa izateaz gain dibertitzen diren.
- Egoera didaktikoei esker ikasleek batuketa eta kenketaren algoritmoak modu esanguratsu batean ikasten dituztela arakatzea. Hau da, zergatik, non eta noiz erabili behar dituzten ulertzen duten aztertzea.
- Egoera didaktikoen teorian oinarritutako metodologia horri esker, ikasleek matematika irakasgaiarekiko interes handiagoa dutela egiaztatzea. Matematika inguruko ezagutza berriak ikasten jarraitzeko motibatuak eta interesatuak egonik.
- Metodologia horren erabilpenak batuketa eta kenketaren irakaskuntzan eta ikaskuntzan dituen onurak behatzea eta egiaztatzea.

1.3. Galdekizunak

Batuketa eta kenketaren algoritmoen lanketaren inguruko lan honen sorkuntzan eta diseinuan galdekizun ezberdinak agertu dira. Galdekizunak lana bukatzerakoan erantzunak egotea espero da. Galdekizunak ondorengoak dira:

- Batuketak eta kenketak egoera didaktikoen teoriaren bitartez lantzeak algoritmo horien ikaskuntza esanguratsua ahalbidetzen du? Hots, ikasleek batuketa eta kenketak zertarako eta noiz erabili behar dituzten ikasten dute?
- Sortutako egoerei esker ikasleek batuketa eta kenketak erabiliak izan ahal diren egoera erreal ezberdinak ezagutzera irits daiteke?
- Teoria honek ikasleak batuketak eta kenketak ikasteko motibatuak eta gogoekin egotea ahalbidetzen eta laguntzen du?
- Ezagutza matematiko ezberdinak modu ludiko baten bitartez erakustera eta ikastera irits daiteke?
- Metodologia honi esker ikasleek matematikarekiko perspektiba positiboa izatea lortu dezakete?
 - Egoera didaktikoen teoriak ikasleak haien ikaskuntza eta irakaskuntzaren protagonistak bilakatzen ditu?
 - Teoria honek metodologia tradizionalak, hala nola testu liburuek, batuketa eta kenketaren algoritmoak erakusterakoan dituzten hutsuneak betetzen ditu?

1. Introducción: Antecedentes, objetivos y cuestiones

1.1 Antecedentes

La gran importancia que la asignatura de las matemáticas tiene y ha tenido en la enseñanza y aprendizaje de los alumnos es algo sabido desde hace tiempo. Es una de las pocas asignaturas que se trabaja en todos los países del mundo y que tiene una gran repercusión en todos ellos. Uno de los factores que evidencia su importancia es la cantidad de sesiones que en los centros de enseñanza se dedican para su aprendizaje. Si se hace una comparación entre las horas dedicadas a la enseñanza de las matemáticas y las horas dedicadas a la enseñanza de otras asignaturas (las ciencias naturales o la educación física) el resultado es evidente. Las matemáticas junto la asignatura de lengua vasca, son las que más tiempo del horario ocupan. En concreto,

son seis sesiones las que se dedican para el aprendizaje de éstas, mientras que para las asignaturas de ciencias naturales o educación física el número es de cuatro o dos sesiones semanales. Otro de los factores que justifican su importancia hoy en día es el uso de las competencias básicas que la LOE estableció. Cuando esta ley entró en vigor en el 2006 se establecieron ocho competencias básicas siendo la *competencia matemática* una de ellas. Estas competencias deberán ser adquiridas por los alumnos durante toda la Educación Primaria.

El presente trabajo se centra en el aprendizaje y enseñanza de un conocimiento matemático específico, concretamente, los algoritmos de la suma y de la resta. Dentro de los contenidos que se estudian en el aprendizaje de las matemáticas las sumas y las restas son fundamentales. Este conocimiento matemático específico es básico y esencial para poder continuar adquiriendo otros contenidos matemáticos. De ahí que las sumas y las restas sean conocidas como aritmética básica. Si estos contenidos básicos no son enseñados correctamente y, en consecuencia, aprendidos debidamente, es muy difícil que en un futuro los conocimientos matemáticos de mayor complejidad puedan aprenderse, entenderse y utilizarse de manera significativa.

Aunque la forma de enseñanza de estos dos algoritmos haya cambiado y mejorado a lo largo del tiempo, todavía hoy, la metodología tradicional es la que con mayor frecuencia se utiliza. Esta metodología consiste en seguir y usar los ejercicios que los libros de texto plantean para el aprendizaje de la suma y de la resta. La utilización de estos libros de texto convierte ese aprendizaje en la memorización de un simple procedimiento, el procedimiento de la resolución del algoritmo de la suma y de la resta. Los ejercicios que se plantean en los libros de texto se centran en proponer diferentes algoritmos sin contextualizar que los alumnos deberán resolver. Para resolver esos algoritmos solo tendrán que repetir y usar de manera mecánica el procedimiento de resolución de las sumas y las restas. El aprendizaje de esos algoritmos mediante los libros de texto, por tanto, se centra única y exclusivamente en resolver constantemente diferentes sumas y restas.

Las experiencias vividas en el transcurso de los periodos de prácticas con alumnos de primer curso de Educación Primaria ponen en evidencia las carencias que el uso de una

metodología tradicional conlleva en el aprendizaje de la suma y de la resta. El alumnado es incapaz de adquirir un aprendizaje significativo en aplicación de esta metodología. Entre otros ejemplos que demuestran la afirmación anterior, es de destacar que los alumnos tienden a sentirse perdidos cuando se les plantea cualquier tipo de cambio en los ejercicios habituales. No entienden ni saben en qué contextos reales es necesario el uso de esos algoritmos. Asimismo, las motivaciones para aprender diferentes conocimientos matemáticos son nulas, ya que su quehacer diario se centra únicamente en repetir de manera mecánica los procedimientos de resolución de los mismos. Siendo conscientes de los problemas que una metodología basada en el uso de los libros de texto implica en la enseñanza y aprendizaje de la suma y de la resta, este trabajo se va a llevar a cabo con la siguiente finalidad: alejarse de las metodologías tradicionales y aplicar la teoría de situaciones didácticas para la enseñanza de dichos algoritmos. De esta manera, se pretende demostrar que aplicando teorías o métodos diferentes los resultados que se obtienen son de mayor calidad.

Para poder trabajar los algoritmos de una manera significativa se diseñarán cinco situaciones didácticas. En esas situaciones los alumnos, mediante su experimentación, podrán aprender diferentes contextos reales donde las sumas y las restas se puedan utilizar. Entendiendo cuándo, por qué y cómo deben utilizarse. A la hora de crear las situaciones se tomará como referencia la importancia que Chamorro (2003) otorga en sus trabajos a los juegos para el aprendizaje de esos algoritmos.

Como Chamorro (2003) explica, obligar a los alumnos a memorizar los procedimientos de los algoritmos no tiene ningún sentido. La enseñanza trata de explotar el gusto que los alumnos experimentan a la hora de jugar con los números y proporcionarles situaciones donde el ganar tenga mucho que ver con el buen uso que hagan de las sumas y de las restas. Para ello hay que buscar juegos variados que fuercen, de una u otra manera, ese conocimiento. Chamorro (2003) menciona ocho diferentes juegos con los que poder trabajar.

El primer juego que propone es el juego del *domino*. Las reglas de juego son las habituales o bien presentan alguna modificación según el objetivo que se quiera

alcanzar. Por ejemplo, en lugar de colocar juntas dos fichas que contengan el mismo número, pueden colocarse dos fichas que sumen una cantidad específica dada.

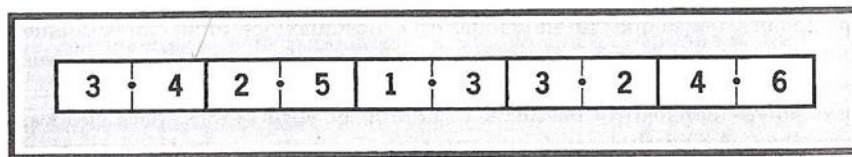


Ilustración 4. Ejemplo del juego del domino (Chamorro, 2003, p. 234)

Los juegos de cartas también se plantean como de gran ayuda. Uno de los juegos más interesantes es el de hacer parejas. Por ejemplo, unir la expresión canónica de un número y su expresión aditiva (7 y $5+2$). Otro de los juegos que se menciona es el denominado como *los juegos de batalla*. Estos juegos obligan a utilizar la comparación numérica y, por tanto, los alumnos se ven obligados a buscar diferentes estrategias para saber qué carta es la mayor. En este juego, los jugadores deberán echar una carta y averiguar quién ha echado la mayor de todas. El jugador que haya echado la carta mayor se llevará todas las cartas. Si dos o más jugadores tiran una carta del mismo valor, habrá batalla entre esos jugadores. Deberán echar una segunda carta, o más si fuera necesario, hasta poder decidir quién se llevará el motón.

Ejemplo de partidas:

$3 + 3$	4	$2 + 1$
$5 + 1$	$3 + 2$	6

Gana el jugador que ha tirado la carta $3 + 3$.

Hay batalla entre el jugador que ha tirado la carta $5 + 1$, y el que ha tirado la 6, por lo que ambos jugadores deben tirar una segunda carta:

$2 + 2$	3
---------	---

El jugador que ha tirado la carta $2 + 2$ se lleva las cinco cartas.

Ilustración 5. Ejemplo del juego de la batalla (Chamorro, 2003, p. 235)

Asimismo, *los juegos de objetivo* son planteados con el fin de practicar adiciones entre diferentes números. En estos juegos se fija un número que será el objetivo que los alumnos deberán alcanzar con un número determinado de cartas. El juego típico de la *rayuela* y los diferentes juegos que se pueden llevar a cabo con el uso de dos dados también son recomendados para trabajar situaciones de adición. En los juegos en los que se utilizan dos dados además de trabajar la adición también se puede desarrollar la sustracción. Si los dados son de diferentes colores, uno puede hacer ganar o avanzar

y el otro perder o retroceder. Así, para poder encontrar el resultado final de la jugada, el uso de una sustracción será necesario. “Todos estos juegos van a ayudar a dar sentido a las operaciones de adición y sustracción, asociándolas a situaciones diversas: aumento, disminución, avance, retroceso” (Chamorro, 2003)

El bingo es otro de los juegos que puede utilizarse para trabajar las situaciones de adición y sustracción. Las reglas son las habituales pero los números que se van sacando pueden estar escritos con expresiones aditivas o sustractivas. Por último, Chamorro (2003) plantea el juego que tradicionalmente ha formado parte de los pasatiempos infantiles: *los coloreados*. Estos juegos pueden ser adaptados para obtener los objetivos matemáticos que mediante el juego se quieren conseguir.

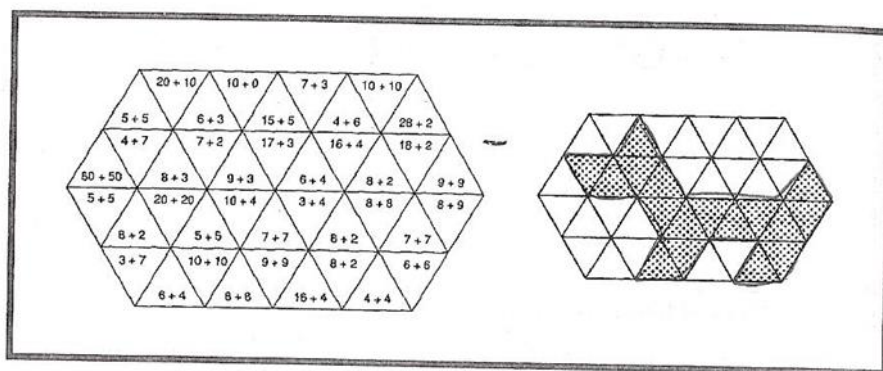


Ilustración 6. Ejemplo de los coloreados (Chamorro, 2004, p. 238)

1.2. Objetivos

Son varios los objetivos que mediante el desarrollo del presente trabajo se pretenden alcanzar. Estos objetivos se pueden resumir de la siguiente manera.

- Aplicar la teoría de situaciones didácticas para la enseñanza y aprendizaje de los algoritmos de la suma y de la resta en el primer curso de la Educación Primaria.
- Trabajar los diferentes contextos reales donde las sumas y las restas pueden aparecer como necesarias para resolver algún problema planteado en dichos contextos.
- Diseñar situaciones didácticas donde los alumnos sientan interés y se diviertan mientras adquieren los nuevos conocimientos sobre las sumas y las restas.

- Averiguar si gracias a la teoría de situaciones didácticas los alumnos adquieren y aprenden los algoritmos de la suma y de la resta de manera significativa. Es decir, si entendiendo por qué, cuándo y cómo deben usar dichos algoritmos.
- Comprobar que gracias a esta metodología basada en la teoría de situaciones didácticas los alumnos sienten mayor interés hacia la asignatura de las matemáticas. Estando más motivados y con ganas de seguir adquiriendo y aprendiendo nuevos conocimientos matemáticos.
- Observar y comprobar las ventajas que esta metodología conlleva a la hora de la enseñanza y aprendizaje de la suma y de la resta.

1.3. Cuestiones

En el diseño y creación de este trabajo sobre el desarrollo de los algoritmos de la suma y de la resta han surgido diferentes cuestiones. Estas cuestiones esperan ser resuelta una vez finalizado el presente trabajo. Las cuestiones son las siguientes:

- ¿El desarrollo de las sumas y de las restas mediante la teoría de situaciones didácticas favorece su aprendizaje significativo? Es decir, ¿aprenden para qué y cuándo deben ser utilizados estos dos algoritmos?
- ¿Gracias a las situaciones creadas los alumnos pueden llegar a conocer situaciones reales donde las sumas y las restas pueden ser utilizadas?
- ¿Esta teoría favorece y ayuda a que los alumnos estén motivados y con ganas de aprender las sumas y las restas?
- ¿Pueden llegarse a enseñar y a aprender los diferentes conocimientos matemáticos de una manera lúdica?
- ¿Gracias a esta metodología los alumnos pueden llegar a tener una perspectiva positiva hacia las matemáticas?
- ¿La teoría de situaciones didácticas convierte a los propios alumnos en protagonistas de sus aprendizajes y enseñanzas?
- ¿Puede esta teoría cubrir las carencias que las metodologías tradicionales, así como los libros de textos, tienen a la hora de enseñar los algoritmos de la suma y de la resta?

2. MARKO TEORIKOA

2.1. 7-8 urteko haurren garapen kognitiboa

Muñozek (2010) dioten moduan, Lehen Hezkuntzan irakasle moduan lan egiteko, bokazioa izatea ez da nahikoa. Jakin behar dira, baita ere, landu behar diren irakasgaiak, irakasgai horiek nola landu behar diren, eta ikasleak ezagutu behar dira, hau da, haurrak nolakoak diren eta zergatik aldatzen diren. Honela, aldaketa prozesu horiek ulertzen badira, irakasleek haien portaera eta esku-hartzeak zer ondorio ekar ditzaketen ikasgeletan ezagutuko dituzte.

“Hezkuntzan jarduteko, curriculum gaiei buruz asko jakiteaz gain eta irakaskuntza eta ikaskuntza prozesua ezagutzeaz gain, sakonki ezagutu behar dira haurraren ezaugarri psikologikoak” (Muñoz, 2010, 1.or)

Haurrak hazten direnean alderdi ezberdinak garatzen dituzte: garapen fisikoa, garapen emozionala, garapen afektiboa eta garapen kognitiboa. Garapen fisikoaren barnean, Muñozek (2010) definitzen duen bezala, hainbat faktore sartzen dira: hazkuntza baldintzatzen duten alderdi biologikoak, garapen prozesuak interferentziak eragiten dituzten faktoreak, generoen eraketa, gizarte bereizkuntza eta garapena, egiturari eta funtzioari loturiko prozesuak eta garapen motorra. Garapen emozionala ulertzeko, berriz, emozioak nola garatzen diren jakin behar da, bakoitzak bere emozioak nolakoak diren eta hauek kontrolatzen ikasiz. Afektiboari dagokionez, atxikimendu mota ezberdinak bereizi behar dira baita nork bere gaitasunak eta mugak ezagutu. Azkenik, garapen kognitiboa pentsamenduaren garapena da, errealitatearen ezagutza eta ulermena, hizkuntza gaitasunaren eboluzioari lotutako prozesuak.

Atal hau Lehen Hezkuntzako lehenengo zikloan aritzen diren haurren garapen kognitiboan zentratuko da bereziki, horretarako Jean Piagetek (1976) aztertu eta ondorioztatu zuenaz hitz egingo da. Hala ere, alderdi kognitiboari buruz hitz egin baino lehen, adin hauetako haurren ezaugarri orokorren laburpen bat azalduko da. Osbornek (1982) azaltzen duen bezala, adin hautako ikasleek independentzia kutsu bat lortu dute. Gai dira haien kabuz eskolara joateko, janzteko, lagun taldeak egiteko edota eguneroko arazoak konpontzeko. Gainera, kooperatzeko baita lehiatzeko gaitasunak lortzen ari dira, bi egoera hauek lantzeko beharra baitute. Eskolan daudenean,

irakaslearen beharra gutxitzen doa pixkanaka-pixkanaka. Ez dute irakaslearen presentzia behar, gainontzeko hurrekin dituzten arazoak konpontzeko, edota fisikoki babesteko. Hala ere, oraindik ere motibatzeko, goraipatzeko eta ikasten jarraitzeko ikaslearen estimulazioa behar dute. Adin hauetan, ideia berri bat sortzen hasten da: leialtasuna. Talde batekiko leialak izaten hasten dira, ez dira beste hurrez hainbeste kexatzen. Zazpi urteko hurrek, bere burua pertsona bat eta bakarra bezala ikusteko baino, beste umeeiko ezaugarri antzekoak eta komunak dituztela nabaritzeko gaitasuna dute.

Lehen Hezkuntzako lehenengo zikloko haurren ezaugarri orokorrak azaldu ondoren, haien garapen kognitiboa azalduko da. Lehen aipatu bezala, Jean Piageten teoria erabiliko da, teoria hori delako garapen kognitiboaren adierazle nagusia. Piagetek, giza organismoak barne antolaketa bereizgarri bat duela dio eta antolaketa honen heldutasunari, eta pertsonaren inguruaren eraginari esker, garapen kognitiboan ematen dela dio (Piaget, 1976).

Adin hauetako haurrak, Piagetek izendaturiko *operazio zehatzen etapan* (7-12 urteko haurrak) aurkitzen dira, etapa preoperazionala alde batera utziz. Etapa honetan, operazioen eraketak lortzen dira, nahiz eta hauek egoera zehatzetara mugatu, hori da etaparen izenaren arrazoia. Haurrari operazio zehatzak eratzea ahalbidetzen dion elementua itzulgarritasuna da. Hori dela eta, elementu hau da etapa honen ezaugarri garrantzitsua. Ezaugarri horri esker, hurrek egoerak hasieratik amaieraraino aztertu ditzakete, berriro ere hasierako egoerara bueltatzeko gaitasuna izanik. Pentsatzeko moduak ere progresio bat jasaten du, antolatuagoa baita logikoago bilakatuz. Haurrak esperientzia baten alderdi guztiak hartzen ditu kontuan eta haien artean erlazionatzen ditu, esperientzia bat, bakarra eta antolatua eratuz.

Haien pentsatzeko modua logika kutsua irabazten doan heinean, sailkapenak eta segidak egiteko gaitasunak lortzen dituzte. Bi jarduera horiek ezagutza matematikoa eratze oso garrantzitsuak dira. Hala ere, ariketa hauek modu egoki batean egin ahal izateko, oraindik manipulatzeko objektuak presente behar dituzte.

Hedatze garrantzitsu bat lortzen da lengoaiaren arloan ere, ez soilik ahozko lengoaiari, baita lengoia matematikoan, artistikoan, e.a. Pentsamendu eta lengoai gaitasun berri hauei esker, ikasleek sozializatzeko eta komunikatzeko erraztasun handiagoa lortzen

dute. Besteen ikuspuntua gero eta kontu handiagoan hartzen dute, eta ondorioz, haien pentsamendu eta izaera egozentrista alde batera uzten dute.

2.2. Konstruktibismoa eta Egoera didaktikoaren teoria

Historian zehar teknika ezberdinak erabili dira matematikaren edukiak lantzeko. Lan hau, konstruktibismoaren eta Egoera didaktikoen teoriaren ideietan oinarrituko da.

2.2.1. Konstruktibismoa

Teoria honetaz hitz egiteko Chamorroren (2003) esanak eta ondorioak erabiliko dira, azaltzen diren ideiak ondorio horietan funtsatuak egonik.

Teoria honen funtsezko ideia matematikaren ikasketa eraikuntza bat bezala ulertzean datza: “Matematikak ikastea matematikak eraikitzea da.” (Chamorro, 2003). Teoria hau psikologia genetikatik eta psikologia sozialetik ateratako lau hipotesi ezberdinetan oinarritua dago.

- 1. hipotesia: *Ikasketak akzioetan oinarritzen dira*. Ideia hau, Piageten lanetan funtsatua dago “pentsamenduaren mekanismo esentziala akziotatik etorria da, operazio logiko eta matematikoetatik eratuta dagoena” (Piaget, 1973)

Haurrak objektu errealean gainean egiten dituzten akzio zehatzetatik baliatuz hasten dira ezagutza matematikoa eraikitzen. Gainera, objektu horiek manipulatu, haien estrategien eta prozeduren baliotasunak egiaztatzen dituzte.

- 2. hipotesia: Ikasleen ezagutzaren lorpena, antolakuntza eta barnerapena *oreka eta desoreka egoeretatik igarotzen da*, non aurretik barneratuta dauden ezagutzak zalantzan jartzen diren.

Desoreka egoera hauek gaingitzea, ezagutzaren berrantolakuntza bat izatea eskatzen du. Ezagutza berriak aurretik dauden ezagutzekin integratzen joaten dira, asimilazioa eta egokitze prozesuen bitartez.

“Ingurune zehatz batean egiten diren akzioetan, kontraesanak agertzen dira desorekaren produktu gisa. Subjektuak bere errepresentazioak moldatu behar ditu; Piagetek egokitzapena deitzen dena gertatzen da, hau da, subjektuan moldaketa batzuk ematen dira inguruneak eraginda.” (Chamorro, 1991, 58.or)

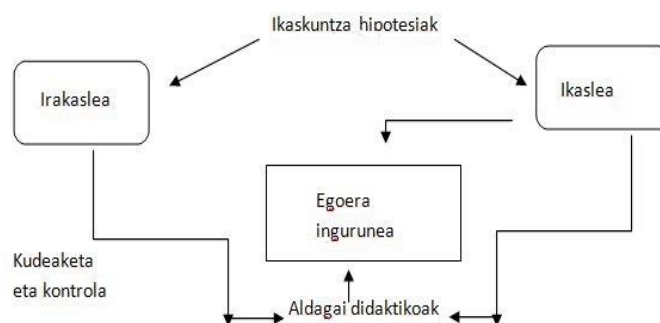
Beraz, ikasketa ez da memorizatze huts batera murrizten, ikastea berriz, hastea, harritzea eta egiten ari garena zergatik eta nola egiten ari garen jakiten errepikatzea da. Konstruktibismoaren ikuspegitik, erroreak beharrezkoak dira, izan ere, hauek desorekak sortzen dituzte eta beraz, ikasketak garatzen laguntzen dute.

- 3. hipotesia: *Aurretik barneratuta dauden ezagutzaren kontra* ikasten da Bachelard (1983).

Ikasleen aurretiko ezagutzak kontuan hartu behar dira ezagutza berriak sortzeko, izan ere, ezagutza berri hauek ez dira ezertatik sortzen. Beraien lanketa, aurretiko ezagutzen adaptazio, haustura eta berrantolaketa eskatzen du. Ezagutza berriak aurretiko ezagutzak moldatuz ematen dira eta ez jada existitzen direnei ezagutza berriak metatuz.

- 4. hipotesia: *Talde sozial bereko kideen arteko gatazka kognitiboak ezagutzaren lorpena erraztu dezake.*

Esandako guztiaren ondorioz, ikasle batek ezagutzarekin duen erlazioa, bere kabuz moldatzen duenean ikasten duela kontsideratzen da, irakasleak aurkezten dituen egoera-problemei egokituz. Beraz, irakasleen zeregina zera da, ikasleei egoera/problema aurkeztu non ikasleek, irakaslearen laguntzarik gabe, akzio, moldaketa eta ezagutzaren berrantolaketaren ondorioz ezagutza sortzen duten. Ezagutza hau problema hori ebazteko teknika edo estrategia izaten dira.



7. Ilustrazioa. Konstruktibismoaren ideien eskema (Chamorro, 2003, or.31)

2.2.2. Egoera didaktikoen teoria

Teoria hau azaldu ahal izateko Panizzaren (2003) eta Broussearen (1986, 1999, 2007) azalpenak eta ideiak erabiliko dira.

Guy Brousseuren teoria hau konstruktibismoaren ezagutzaren ikuskeran oinarrituta dago eta Brousseauk honela azaltzen du:

“Ikaslea inguru batera egokituz ikasten du non inguru hau kontraesan, zailtasun eta desoreka beteriko ingurunea den, gizarteak egiten duen moduan. Ezagutza hau, ikasleen egokitzapenaren emaitza, erantzun berrien bitartez agertzen dena, ezagutzaren adierazgarria da.” (Brousseau, 1986)

Hala ere, Panizzak (2003) aipatzen duen bezala, intentzio didaktiko gabeko ingurune batek, ezin du ikasleek ikasi behar dituzten ezagutza kultural guztiak induzitu. Irakaskuntza hau irakasleei problema/ egoera batzuk diseinatzea eskatzen die. Teoria honek, ezagutzaren eraikuntzan, egoerei rol berezi bat ezartzen dio eta bi egoera mota bereizten ditu: Egoera didaktikoa eta egoera adidaktikoa (edo fase adidaktikoa egoera didaktikoaren barruan). *Egoera didaktikoa* irakasleek diseinatutako egoera bat da eta helburua ikasleek ezagutza zehatz bat eskuratzea da.

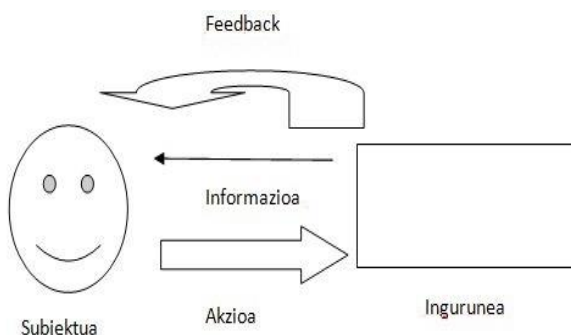
Egoera adidaktikoa, berriz, Brousseauk (1999) definitzen duen bezala, ezin da modu egoki batean menderatu ez badira ikasleek ikasi behar dituzten ezagutzak martxan jartzen, eta ikasleen esku hartzeak irakaslearen laguntzarik gabe onesten. Horregatik, “ikasleek problemarekin erlazionatu behar dira bere ezagutzen arabera erantzuten, problemarekin motibatua egonda eta ez irakaslearen nahi bat asetzeko, irakasleen inongo esku hartzerik gabe problemaren konponbidea aurkitzean” (Panizza, 2003). Esandakoarengatik ondorioztatu ahal den bezala, egoera honek, hiru ezaugarri ezberdin betetzen ditu, oso garrantzitsuak direnak. Alde batetik, ezagutzaren beharra. Izan ere, ezagutza berria problema konpontzeko beharrezko tresna da, irakasleek egoerak diseinatzerakoan honako hau kontuan izanik. Bestalde, onestearen nozioa. Egoerak atzeraeraginezkoa izan behar dira, hots, haurrak, haien kabuz, gai izan behar dira problemak ebazteko erabili dituzten estrategiak egokiak diren edo ez ondorioztatzeko. Azkenik, “irakaslearen parte hartze eza”. Egoera adidaktikoan sartzerakoan, ikasleak dira parte-hartze osoa dutenak.

Egoerak diseinatzerakoan, irakasleek aldagai didaktikoak¹ erabili ditzakete. Hauek, problemak zaildu edo erraztu egiten dituzte eta ondorioz, ikasleek erabili behar dituzten estrategiak moldatzea dakar; horrekin batera, eraikitzen eta barneratzen duten ezagutza.

Teoria honek, egoera adidaktikoaren barnean hiru egoera ezberdin bereizten ditu: Akzio, formulazio eta balioztatze egoerak.

- Akzio egoera

Ikaslea bere aurretiko ezagutzak erabiliz aritu behar da ingurunean. Egoerak ikasleak ezagutza inplizituak erabiltzea eskatzen du. Subjektuentzako “aritu” bere motibazioaren arabera ingurune antagonistaren egoerak hautatzea esan nahi du. Inguruneak erreakzionatzen badu, ikasleak bere hautaketen formazioak erlazionatzera irits daiteke (*feedback*), bere erreakzioak aurreratu eta horiek bere etorkizuneko esku hartzerako kontuan izan.

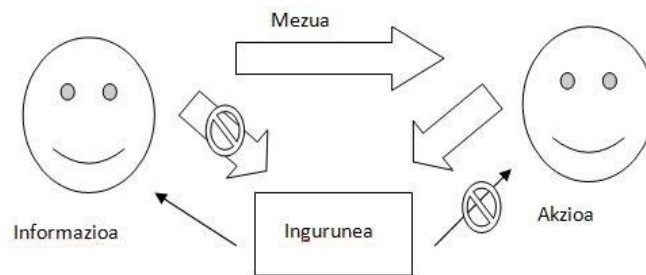


8. Ilustrazioa Akzio egoeraren eskema (Brousseau, 2007, 25.or)

- Formulazio egoera

Igorle ikasle batek (edo talde batek) esplizituki mezu bat formulatu behar du beste ikasle bati (edo talde bati), hartzaileari. Honek mezua ulertu eta horren arabera ingurunean aritu behar da. Bi solaskideen kooperazioa kanpo ingurunearen kontrolerako beharrezkoa da, modu honetan, ez bata ez besteak ezin dute modu autonomo batean eginbeharrezkoa burutu.

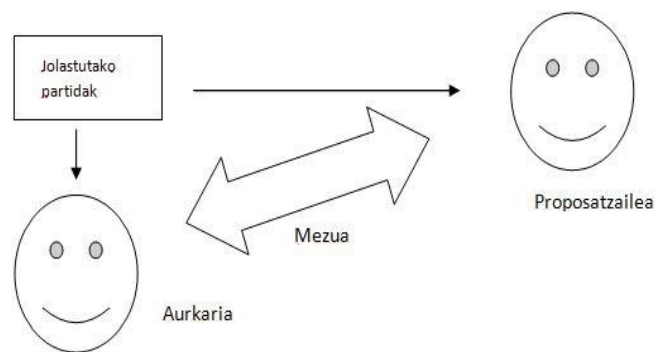
¹Aldagai didaktikoak egoeraren elementuak dira zeinak irakasleak molda ditzakeen, eta ikasleak martxan jarriko dituen problemaren ebazpenerako estrategien hierarkian eragiten dute.



9. Ilustrazioa Formulazio egoeraren eskema (Brousseau, 2007, 26.or)

▪ Balioztatze egoera

Bi ikaslek baieztapenak enuntziatu behar dituzte eta hauen egiazkotasunean edo faltsutasunean ados jarri behar dira. Baieztapen horiek onartzeko, deuseztatzeko, probak eskatzeko, e.a. gai izan behar dira. Oso garrantzitsua da, egoera bera gai izatea ikasleek hartutako prozesuak onesteko gai. Hau da, ikaslea bera izatea bere prozesuak egokiak diren edo ez ondorioztatzen duena, prozesu horiek problema ebatzi duen edo ez ikusiz. Igorlea kasu honetan ez da informatzaile huts bat, proposamenak egiten ditu, eta hartzailea, berriz, aurkaria da. Egia aurkitzeko informazio berdina dutela suposatzen da eta kooperatzen duten egi hau aurkitzeko.



10. Ilustrazioa Balioztatze egoeraren eskema (Brousseau, 2007, 27.or)

Behin egoera adidaktikoaren barnean aurkitzen diren egoerak azaldu ostean, prozesu guzti honen azkeneko fasea azaldu behar da. Fase hau, instituzionalizazio fasea deitzen da eta irakaslearen eginbeharra da. Instituzionalizazioa, haurrek egoera adidaktikoetan sortzen dituzten produkzio libreen eta ezagutza kulturalaren arteko erlazioa ezartzean datza. Ez dira soilik ezagutza kulturalen aurkezpen hutsak izan behar, ikasleek

produzitutako ezagutzetatik ondorioak atera behar dira, produkzio horien eta ezagutza kulturalaren arteko erlazioak sortzeko asmoz.

2.3. Edukiak: Batuketak eta kenketak

Batuketak eta kenketak Lehen Hezkuntzako Lehenengo Zikloan garrantzi handia duten edukiak dira. Nafarroako Gobernuak Curriculumean: I liburukian (2009) ikusten den bezala, matematikaren arloan, zenbakiei eta eragiketei multzo bat eskaintzen zaie. Bertan, batuketen eta kenketen algoritmoak baita hauek eguneroko bizitzako egoeretan erabiltzeko garrantzia aipatzen da. Ziklo honetan ikasleek lortu behar duten helburuetako bat honela azaltzen da:

“Ikasleak beren ohiko ingurunean izaten diren egoerez ohartzea, egoera horiek ulertzea edo tratatzeko kalkuluko oinarritzko eragiketak behar direnean, eta horiek adierazpen matematikoaren forma errazekin formulatzea edo dagozkien algoritmoak erabiliz ebatzea emaitzen zentzua baloratzea eta jarraitutako prozesuak ahoz eta idatziz adieraztea”
(Curriculumak. Lehen Hezkuntza: I liburukia, 2009, 107.or)

Gainera, matematikaren alor honek garrantzi soziala eta kulturala dauka. Batuketa eta kenketaren eragiketak gure eguneroko zereginaren estruktura ohikoa eratzen dute, erosi eta saltzearen testuinguruak gehien ematen direnak izanik. Bizi garen gizarte honetan, haurrak ez daude testuinguru hauetatik kanpo geratzen, izan ere, askotan erosten dituzten gozokiak edota jotailuak. Gehienetan, diru kopuru mugatua izaten dute eta ondorioz, gauzak banaka eskatu behar dituzte; kopuru bakoitzaren balioa gehituz eta ikusiz diru nahikoa duten erosi nahi dutena erosteko (Maza, 2008).

Lehen Hezkuntzako lehen mailako ikasleak salto handi baten aurrean aurkitzen dira, izan ere, Haur Hezkuntza alde batera uzten dute eta Lehen Hezkuntzara sartzen dira. Normalean, salto hau ematearekin batera, haien lan egiteko moduak, hau da, metodologia ere salto handi bat jasaten du. Chamorroren (2003) esanetan, Haur Hezkuntzako ikasleek objektu errealean gainean egiten dituzten akzio zehatz eta eraginkorren bitartez ikasten dituzte matematikaren ezagutzak. Lehen Hezkuntzara sartzerakoan ordea, irakasleek askotan izaten duten kezka ikasleei kalkulu teknika zehatzak irakastea izaten da (modu errepikakor baten bitartez), teknika horiek noiz,

nola eta zergatik erabili behar diren irakatsi beharrean. Modu honetan, ikasleek sortzen duten ikasketa zentzu gabekoa izanik. Bat-bateko metodologi aldaketa hau ikasleengan arazoak ekartzen ditu, ikasleak galduak sentitzen dira ikasten dutenaren inguruan inongo zentzua ikusiz. Ikasleek prozesu bat behar dute haien teknika definitiboak erabiltzeko.

“Kalkuluko algoritmo definitiboak prozesu luze baten amaiera suposatu behar dute, ikasleek artisau² deituriko teknika ezberdinak sortu eta eboluzionatu ondoren. Modu honetan, ikasleak bere ikasketen prozesuaren protagonistak izango dira non modu adierazgarri batean burutuko dituzten.” (Chamorro, 2003, 146.or)

2.3.1. Zenbakiaren zentzua

Ikasleek batuketa eta kenketa teknikak (artisauak baita definitiboak) landu baino lehen, zenbakien zentzua eta ezagutza eskuratu behar dute. Zenbakia eta zenbakikuntza inguru familiar eta sozialean erabiltzen diren objektu kulturalak dira. Hori irakaskuntzan ez erabiltzea eta ikasleek eskolara iristean zenbakiaren inguruan inongo ezagutza izango balute bezala aritzea zentzugabekeri bat da. Ikasleen aurre jakintzak kontuan hartu behar dira, haien zenbakiaren inguruko lehenengo praktikak hobetuz (Chamorro, 2003).

Ezagutza numerikoa lantzeko metodologiak eboluzio bat jasan du historian zehar. Gaur egun, zenbatzearen ariketei ematen zaie garrantzia zenbakien eraikuntza eta ezagutza numerikoa sortzeko. “Haurrak txikitatik hasten dira zenbatzen (...) Faktorea hau, kontuan hartu beharreko faktorea da kantitatearen nozioa baita zenbakizko segida eraikitzerakoan” (DCB: Educación Infantil, 1993). Zenbaketari eskainitako paper garrantzitsua, *cuotidadearen* (zenbaki zenbatua) kontserbazio goiztiarrean eta zenbakiaren ezagutzean duen paper garrantzitsuan funtsatua dago; Chamorrok (2003) aipatzen duen bezala.

²Kalkulu teknika artisauak oraindik behin betikoak eta arruntak ez diren teknikak dira, bere hutsuneak dituztenak (Chamorro, 2003)

Ezagutza numerikoa lantzen den bitartean, honako hauek zein testuinguru ezberdinetan erabili ahal diren ere erakutsi behar da. Fuson, zazpi testuinguru³ ezberdin bereizten ditu, egoera bakoitzean zenbakiaren funtzioa ezberdina izanik. Ikasleek zenbakien funtzio ezberdinak ikusteko, irakasleak egoera ezberdinak diseinatu behar ditu, jakinik testuinguru hauetako batzuk modu espontaneo batean agertuko direla haurraren bizitzan eta beste batzuk berriz, gela barruan sartu beharko direla. Chamorro (2003) azaltzen duen bezala, zenbakiaren funtzioak ikusteko eta esperimentatzeko modu egokiena, bildumekin egiten diren ariketak dira. Ariketa horietan, bildumak konparatzen, neurtzen, produzitzen edota ordenatzen dira.

Ezin da ahaztu, adin hauetako haurrak, pentsamendu eta arrazonamendu logikoa garatzen doazela pixkanaka-pixkanaka, honako hau matematikaren munduan sartzeko beharrezkoa den tresna bat izanik. Oraindik haien arrazonamendua hutsuneak ditu, hori dela eta, irakasleek irakaskuntza-ikasketa egoerak diseinatu eta antolatu behar dituzte. Egoera hauetan, ikasleek haien ezagutza logikoak garatzen joaten dira, dituzten oztopo eta hutsuneak gaindituz. Ezagutza eta arrazonamendu logikoa lantzeko metodologia garaiekin aldatu den arren, gaur egun, bildumen bitartez egitea proposatzen da. Ikasleek bilduma hauen bitartez egiten diren sailkapenak, konparaketak eta ordenaketen bitartez garatzen dituzte arrazonamendu logikoa, sailkapena dagoen taldekatze logiko sinpleena izanik. Sailkapenak egiteaz gain, segidak ere egiteko gai izaten dira (Chamorro, 2003). Honela esplikatu ditu Chamorro (2003) sailkapenak eta segidak:

- Sailkapena: mundua mentalki ordenatzen laguntzen duen instrumentua da. Haurrak objektuak taldekatzen dituzte arau baten arabera. Sailkatzearen gaitasuna, objektu ezberdinen artean berdintasunak ikusteko esperientzietatik garatzen dira. Bilduma baten objektu ezberdinen artean erlazioak edota berdintasunak ikustea eskatzen du.

³ Horietako hiru testuinguru matematikoak dira: kardinala, ordinala eta neurria; beste bi testuinguruk osagai soziala eta erabilgarria dute: segidak eta zenbaketa; eta azkena, testuinguru sinbolikoa da. (Chamorro, 2003)

- Segidak: objektu ezberdinen bilduma, irizpide zehatz baten arabera. Segida bat egin ahal izateko, objektu batzuk konparatu eta ezberdintasunaren arabera ordenatu behar dira.

Laburpen gisa, Chamorroren (2003) esanetan “Haurrek zenbakiaren oinarritzko ezagutzari zentzua aurkitzeko eta modu funtzional batean erabiltzeko era bakarra, bilduma diskretuen konparaketak eta transformazioak eragiten dituzten egoeretatik hastea da”.

2.3.2. Kalkulu teknikak

“Kalkuluen irakaskuntzaren helburu nagusia ikasleei ezagutza aski ematea da, haiek modu autonomo batean kalkulua erabili behar duten egoera ezberdinetan, modu egokien egokitzen den prozedura aukeratzeko gai izateko” (Chamorro, 2003). Honela, ikasleak matematikoki konpetenteak⁴ bilakatzen dira. Hori dela eta, garrantzia ez da tekniken memorizatzeari eta zentzurik gabeko errepikapenei eman behar, garrantzia haurrek teknika hauek noiz, non eta zergatik erabili behar diren ulertzeari eman behar zaio. Kalkulu teknikez hitz egitean, ez da soilik algoritmo definitiboaz hitz egiten, hauek prozesu luze batean amaieran erakutsi edota ikasi behar diren teknikak dira. Prozesu horretan zehar, ikasleek problema ebazteko teknika artisau batzuk erabiltzen dituzte. Artisau deituriko teknika hauek bere mugak dituzte eta horiek (mugak) izan behar dira formalago/definitiboago diren ezagutzen abiapuntuak. Modu honetan, ikasleek teknika formalen beharra eta onurak hautemango dituzte.

Kalkuluaren irakaskuntzaren zati bat emaitza batzuen familiarizazioan datza, zeinak azkartasun kutsu batez erreproduzitzeko gai izan behar dira ikasleek. “Kalkulu mentala edota pentsatuaren euskarria ikasitako emaitzen bilduma txikia da” (Pascual, Etxeberria, Wilhelmi eta Lasa, 2014). Chamorrok (2003) aurkezten duen bezala, kalkulu mota hau oso erabilgarria da eskolaldian, izan ere, zenbakiekin baita haien propietateekin ohitzeko aukera ematen dute, ikasle bakoitzaren aurre ezagutzetara egokituz. Kalkulu mota honetan, zenbakiekin maniobrak egiten dira

⁴ Matematikoki konpetentea izatea matematikako ariketa batzuk prozedura batzuekin ebazteko gai izatearekin, hauek zergatik erabiltzen diren ulertzearekin baita prozedura hauek zergatik diren egokiak argumentatzearekin erlazionatzen da.

haien propietateak beharren arabera moldatuz. Kalkulu pentsatua egiteko estrategia ezberdinak daude, hala nola, dobleak ($8+8$, $5+5$), 5 eta 10en laguntzarekin deskonposaketak ($6=5+1$, $11=10+1$) eta batuketen propietate trukakorra erabili ($2+57=57+2$).

Behin teknika hau landu ondoren, batuketen eta kenketen algoritmoekin lan egiten hasi behar da, izan ere, “kalkulu pentsatua algoritmoen eraikuntzarako beharrezkoa den aurretiko osagarria da” (Chamorro, 2003). Algoritmoak azaldu baino lehen, batuketak eta kenketak aldi berean lantzeko garrantzia nabarmendu behar da. Vergraud-ek dioen bezala, batuketak eta kenketak alor kontzeptual berekoak dira eta, horren ondorioz, elkarrekin landu behar dira, $a+b=c \Rightarrow c-a=b \wedge c-b=a$.

Algoritmoak, esan bezala prozesu luze baten amaieran landu behar dira. “Eragiketa-multzo ordenatua eta finituak dira, problema batean soluzioa aurkitzeko modua ematen duena, kasu honetan, bi zenbaki arrunten batuketa edo kenketa egitearen emaitza” (Pascual, Etxeberria, Wilhelmi eta Lasa, 2014).

- Batuketen algoritmoa: “Batuketen algoritmoa modu sinboliko batean ulertzeko, zenbakien estruktura dezimala ulertu behar da” (Castro, 2008).

Honela egiten da, batuketaren algoritmoa:

1. Batugaiak bata bestearen azpian jartzen dira orden bakoitzari dagokion zifrak zutabe beran jarritik. Bigarren batugaiaren ezkerrean “plus” ikurra jartzen da eta azpian marra horizontal bat.
2. Bi batugaien unitateak zenbatzen hasi behar da. Emaita 10 baino gutxiagoa bada dagokion zutabearen azpian jarriko dugu emaitza. Emaita 10 baino handiagoa denean berriz, unitatea dagokion zutabearen azpian jartzen da eta hamarrekoen zutabearen gainean bateko bat idazten da. Urrats hau egiten jarraitzen dugu orden handieneko zifrara iritsi arte.
3. Orden handieneko zifrara iristean lorturiko emaitza nahiz eta 10 baino handiagoa izan marra horizontalaren azpian idatzi behar da. Marra horizontalaren azpian agertzen den zenbakia emaitza da (Pascual, Etxeberria, Wilhelmi eta Lasa, 2014).

- Kenketaren algoritmoa: “Kenketaren algoritmoa modu egokian ulertzeko, zenbakien estruktura dezimalaren ezagutza eta zenbaketan abilak izatea

beharrezkoa da” (Castro, 2008). Kenketaren algoritmoa egitean, batuketaren algoritmoa egitean ez bezala, zenbakien posizioa, hau da, zein zenbaki dagoen bestearen azpian garrantzia du. Zenbaki handienari (kenkizuna) txikiena (kentzailea) kentzen zaio.

1. Kentzailea kengkizunaren azpian jartzen da. Ordena bakoitzari dagozkion zifrak zutabe berean jartzen dira. Kentzailearen ezkerrean “ken” sinboloa jartzen dugu eta, haren azpian, marra horizontal bat.
2. Kengkizunaren unitateei kentzailearen unitateak kendu behar dira. Kengkizunaren unitateen kopurua kentzailearena baino handiagoa bada, emaitza zuzenean dagokion zutabearen azpian emaitza zuzenean idazten da. Kengkizunaren unitateen kopurua kentzailearena baino handiagoa bada, kengkizunaren unitateen kopuruari 10 batzen dira, kenketa egiten da eta emaitza dagokion zutabearen azpian idazten da. Kentzailearen hamarrekoen gainean bateko bat idazten da.
3. Aurreko urratsa errepikatzen da. Marra horizontalaren azpian agertzen den zenbakia emaitza da. (Pascual, Etxeberria, Wilhelmi eta Lasa, 2014).

2.3.3 Batuketa-kenketa problema motak

Irakasleek batuketa eta kenketaren problema mota ezberdinak erakutsi behar dituzte ikasleen irakaskuntza esanguratsuagoa izateko, batuketa eta kenketaren funtzio ezberdinak ikusten baitute. Gainera, problema mota hauek ebazteko ikasleek estrategia ezberdinak erabiltzen dituzte, matematikaren alor ezberdinak landuz. Lasak (2014) zortzi problema mota ezberdina bereizten ditu ikasleek jarraitu dezaketen estrategia azalduz.

- Handiagorako aldaketa, azken balioa ezezaguna:

Transformazio baten ondorioz, egoera bat beste egoera bat ematen du.

Jarraitu daitezken estrategiak: Eredu zuzen baten bidez ebatz daiteke.

- Guztiak zenbatu: Batugaiak batek adierazten duen zenbakia bezain objektu mahai gainean jarri, prozesu berdina egin bigarren batugaiarekin. Azkenean, objektu guztiak zenbatu. Multzoen araberrako batuketaren definizioa erabiltzen da.

- Lehenengo batugaitik hasita zenbatu: Lehenengo batugaia erreferentzia hartuz, zenbakien zerrendan aurrera egin bigarren batugaiak adierazten dituen beste zenbaki. Batuketaren definizio errepikari erabiltzen da.

- Txikiagorako aldaketa, azken balioa ezezaguna

Transformazio baten ondorioz, egoera bat beste egoera bat ematen du.

Jarraitu daitezken estrategiak: Eredu zuzen baten bidez ebatz daiteke.

- Zatiak banatu: Kenkizunaren adinako objektuen multzoa mahai gainean jarri. Multzo honi kendu galdutako objektuak, zenbatu geratu diren objektuak. Multzoaren araberrako kenketaren definizioa erabiltzen da.
- Atzerantz zenbatu: Kenkizuna erreferentzia gisa hartuz, zenbakien zerrendan atzera egin kentzaileak adierazten dituen beste zenbaki. Batugai ezezagunaren definizioa erabiltzen da.

- Konbinaketa, azken balioa ezezaguna

Bi egoera osatzen dira beste egoera bat sortzeko.

Jarraitu daitezken estrategiak: Eredu zuzen baten bidez ebatz daiteke.

- Guztia zenbatu: Propietate trukakorra erabil daiteke problema mota honetan.
- Batugai batetik hasita zenbatu: Batugaietako bat erreferentzia gisa hartuz, zenbakien zerrendan aurrera egin beste batugaiak dituen beste zenbaki.

- Handiagorako aldaketa, aldagaia ezezaguna

Transformazio baten ondorioz, egoera bat beste egoera bat ematen du.

Jarraitu daitezken estrategiak: Ezin da eredu zuzen baten bidez ebatzi, transformazioa ezezaguna delako.

- Emandako baliotik aurrera zenbatu. Kopuru txikiena irudikatuko da eta elementu berriak gaineratuko dira, kopuru handienara iritsi arte. Gaineratu diren elementuak, erantzuna dira.
- Zatiak banatu.
- Atzerantz zenbatu.

- Konbinaketa, gai ezezaguna

Bi egoera osatzen dira beste egoera bat sortzeko.

Jarraitu daitezken estrategiak: Ezin da eredu zuzen baten bidez ebatzi, oinarritzko egoeratako bat ezezaguna delako.

- Emandako baliotik aurrera zenbatu.
- Zatiak banatu.
- Atzerantz zenbatu.
- Handiagorako aldaketa, hasiera ezezaguna

Transformazio baten ondorioz, egoera bat beste egoera bat ematen du.

Jarraitu daitezken estrategiak: Ezin da eredu zuzen baten bidez ebatzi, hasierako egoera ezezaguna delako, hori dela era, haurrak zailtasun handiagoak izango ditu.

- Emandako baliotik aurrera zenbatu.
- Zatiak banatu.
- Atzerantz zenbatu.
- Konparaketa, diferentzia ezezaguna

Bi egoera konparatzen dira.

Jarraitu daitezken estrategiak: Eredu zuzen baten bidez ebatzi daiteke.

- Bikoteak egin: Batugaien adinako objektuak hartu eta haien artean bikoteak egin. Bikotetik kanpo geratzen diren elementuak adieraziko dute emaitza. Elkarrekikotasun-printzipioa erabili da.
- Emandako baliotik aurrera zenbatu.
- Konparaketa, konparaketa ezezaguna

Bi egoera konparatzen dira.

Jarraitu daitezken estrategiak: Ezin da eredu zuzen baten bidez ebatzi, oinarritzko egoeratako bat ezezaguna delako, hori dela era, haurrak zailtasun handiagoak izango ditu.

- Emandako baliotik aurrera zenbatu.
- Zatiak banatu.
- Atzerantz zenbatu

3. EGOERA DIDAKTIKOEN DISEINUA

Atal honetan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailan batuketa eta kenketaren algoritmoak lantzeko bost egoera didaktiko diseinatu dira. Egoera hauetan marko teorikoan agertzen diren zortzi problema motetatik sei lantzen dira. Gradu bukaerako lanak eskatzen duen lanketarengatik ezinezkoa izan da problema mota guztiak lantzea. Hori dela eta, problema mota guztietatik sei hautatu eta horiek behar bezala lantzea erabaki da. Problema hauek lantzeko arrazoiak eta egoera didaktikoak aurrera eraman ahal izateko ikasleek behar dituzten aurre-jakintzak (aldez aurretiko ezagutzak) berberak dira egoera didaktiko guztietan. Ondorioz, bi atal horiek egoera didaktikoak azaldu aurretik agertuko dira.

- Lantzen diren problemen zergatia eta azalpena:

Lan honen marko teorikoak dioen bezala, garrantzi handia dauka ikasleei batuketa eta kenketaren algoritmoak agertzen diren problema eta testuinguruak erakustea. Chamorrok (2003) azaltzen duen bezala, modu hau batuketaren eta kenketaren nozioak barneratzeko duten modu bakarra da.

Ikasleek jasotzen duten ikaskuntza progresiboa eta pixkanakakoa izateko aipatutako problemak orden batean lantzen dira. Lantzen diren lehenengo problemak ebazteko errazena direnak dira, lantzen diren azkenengoak, beraz, zailenak. Arrazoi honengatik diseinatutako lehenengo egoera didaktikoan *handiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den* eta *konbinaketa non azken balioa ezezaguna den* problemak lantzen dira.

Problema mota guztien azalpena egiteko Mazak (2008) emandako argudioak eta definizioak erabiliko dira.

Handiagorakoa aldaketa non azken balioa ezezaguna den problema motan hasierako kopuru bat agertzen da. Honako kopurua hau aldaketa bat jasaten du beste kopuru zehatz bat gehitzen zaioenean. Hori dela eta, azkenean, hasierako kopurua beste kopuru handiago batean transformatu egiten da. Handiagotze bat suposatzen duen aldaketa bat gertatzen da eta azkeneko emaitza lortu beharreko datu ezezaguna da. Problema hau ebazteko erabiltzen den algoritmoa batuketarena da. *Konbinaketa non azken balioa ezezaguna den* problemetan hasierako bi kopuru agertzen dira eta haien

arteko batura azkeneko emaitza da. Emaitza hori lortu beharreko datu ezezaguna da. Agertzen diren hasierako bi datuak estatikoak dira, izan ere denboraren joatearekin ez dute aldaketarik jasaten. Hasierako bi datuak estatikoak izatea konbinaketa problemei bereizgarri egiten dioten ezaugarria da. Bi datu horiek barne hartzen dituen osotasun baten parte dira. Aipatutako bi problemetan zuzenki erlazionatu daiteke problemaren momentu guztiak (hasiera, aldaketa, amaiera) problema ebazteko erabili behar den estrategia eta kalkulu aritmetikoarekin. Hori dela eta, planteatutako problemetan agertzen diren momentuen “modelatze zuzena” burutzea posible da. Ondorioz, ikasleek erraztasun handiagoarekin ebazten dituzte.

Bi problema mota horiek landu ondoren, bigarren egoera *txikiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den* problema lantzeko diseinatu da. Problema honetan, *handiagorako aldaketan* bezala, hasierako kopuru bat agertzen da. Kopuru hori aldaketa bat jasaten du beste kopuru zehatz bat gutxitzen zaioenean. Hori dela eta, hasierako kopurua beste kopuru txikiago batean transformatzen da. Gutxitze bat suposatzen duen aldaketa bat gertatzen da eta azkeneko emaitza lortu beharreko datu ezezaguna da. Problema hau ebazteko egin behar den kalkulu aritmetikoa kenketaren algoritmoa da. Lehenengo egoeran agertzen diren problemetan gertatzen den bezala, problema honetan ere “modelatze zuzena” egitea posible da, izan ere, problemaren momentu guztiak burutu behar diren estrategia eta kalkulu aritmetikoarekin zuzenki erlazionatuta daude.

Hirugarren egoera *konparaketa non diferentzia ezezaguna den* problema lantzeko zuzendutako dago. Problema mota honetan bi kopuru agertzen dira eta horiek estatikoki konparatzen dira. Bi kopuru horiek aldi berean ematen dira (aldaketen egoeretan gertatzen den ez bezala) eta kopuruak ez dira osotasun baten barne hartzen (konbinaketa egoeretan ez bezala). Problema honen ebazpena “modelatze zuzen” baten bitartez ere egin daiteke.

Diseinatutako laugarren egoera *handiagorako aldaketa non aldaketa ezezaguna den* problema lantzeko egin dago. Problema mota hau lehenengo egoeran azaldutako *handiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den* problemaren antzekoa da. Bi datu agertzen dira, kasu honetan, hasierako datua eta emaitza. Beraz, problema honen bitartez ebatzi beharreko ezezaguna aldaketa da. Problema hau ebazteko erabiltzen

den algoritmoa kenketarena da. Ikasleentzako problema hau zailtasun kutsu handiagoa eskatzen du, izan ere, ezin da “modelatze zuzen” baten bitartez burutu. Estrategia asko erabili daiteke problemaren ezezaguna lortu ahal izateko. Horietako batzuk, kenketaren aplikazio zuzena baztertu egiten dute, hala nola, emandako baliotik aurrera zenbatu edo zatiak banatu. Beste estrategia batzuk berriz, kenketaren aplikazio zuzenak izaten dira, atzerantz zenbatu adibidez. Kenketaren aplikazio zuzena erabiltzeak estruktura gehigarria duen problema bat kengarri batean bilakatzeko gai izatea eskatzen du. Hori dela eta, problema mota honen ebazpenak zailtasun handiagoa dauka.

Azkenik, bosgarren egoera *konbinaketa non gaia ezezaguna den* problema lantzeko bideratua dago. Problema mota hau lehenengo egoeran azaldutako *konbinaketa non azken balioa ezezaguna den* problemaren antzeko da. Bi datu ematen dira: hasierako kopuruetako bat eta emaitza. Ondorioz, lortu beharreko ezezaguna hasierako beste kopurua da. Problema honen ebazpena ezin da “modelatze zuzen” baten bitartez lortu, hori dela eta, zailtasun handiagoa dauka ikasleentzat. Problema mota hau ebazteko erabiltzen diren estrategiak *handiagorako aldaketa non aldaketa ezezaguna den* problemaren berberak dira. Hori dela eta, problema hau ebazteko ere ikasleek zailtasunak aurkitzen dituzte.

- Aldez aurretiko ezagutzak:

Diseinatu diren egoera didaktikoak modu egoki batean burutu ahal izateko ikasleek aldez aurretik ezagutza batzuk izan behar dituzte. Aurre-jakintza horiek zenbatzeko teknikak izango dira. Teknika horiek ikasleek ebatzi beharko dituzten problemak egiteko erabiliko dituzten oinarrizko teknikak izango dira. Hala nola, batuketa bat egiteko zenbakizko hitzen zerrendan aurrera egin edota kenketa bat egiteko zerrenda berberean atzera egin.

3.1. Tokearen jokoa

- Proposamen didaktikoa eta transposizio didaktikoa:

Lehenengo egoera didaktiko honen bitartez batuketa lantzeko bi problema mota ezberdin landuko dira: *konbinaketa non azken balioa ezezaguna den* eta *handiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den*. Problema mota horiek lantzeko “tokearen

jokoa” erabiliko da. Joko honek moldaketa batzuk jasango ditu egoera didaktiko honen bitartez landu nahi diren helburu didaktikoak lortu ahal izateko.

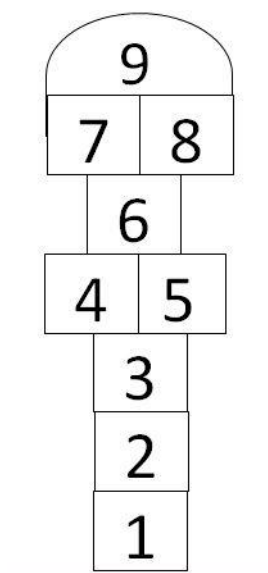
Joko honetan ikasleek lau kideko taldeetan jolastuko dute, guztira sei talde izanik. Talde bakoitzarentzat toke bat egongo da. Talde bakoitzeko jokalaria bere tokearen aurrean kokatu beharko dira lerro bat eginez. Lehenengo jokalaria eskuetan harri lau bat izango du. Harri laua tokearen laukietara bota beharko du tokearen lauki baten barruan erortzeko asmoz. Harria lauki baten ertzak ukitzen baditu edota tokearen laukitik kanpo erortzen bada jokalaria txanda galdu eta zero puntu lortuko ditu. Harria lauki baten barruan erortzen bada berriz, lauki horrek adierazten dituen puntuak lortzeko aukera izango du.

Puntu horiek eskuratu ahal izateko, jokalaria laukien gainetik txingoka ibili beharko da. Harria dagoen laukiaren aurrekora iristean, harria duen laukia saltatu eta hurrengo laukira pasa beharko da. Hots, ezingo du harria duen laukia zapaldu. Tokearen azkeneko laukira iristen denean, hanka baten gainean egonda, buelta eman eta kontrako bidea egin beharko du, berriro ere txingoka ibiliz. Harria duen laukiaren aurrekora iristean, makurtu eta harria hartu beharko du. Behin harria eskuetan izanik, salto baten bitartez harria zegoen laukia saltatu eta hurrengo laukira pasa beharko da. Jokalaria txingoka ibiltzean laukiren baten ertzak ukitzen baditu, laukitik kanpo ateratzen bada edo harria duen laukia zapaltzen badu ezingo ditu laukiak adierazten dituen puntuak eskuratu eta bere txanda galduko du. Jokalaria harria erori den laukiaren barruan agertzen diren puntuak irabaziko ditu tokearen lauki guztien gainetik txingoka ibili ondoren eta harria eskuetan hartu ondoren hasierako posiziora iristen denean.

Behin hasierako posiziora iristean, harria hurrengo jokalariai pasa beharko dio. Talde bereko kide guztiek prozesu berdina jarraitu beharko dute. Kide guztiek harria behin bota ondoren, jokalaria bakoitzak lortutako puntuak zenbat diren aipatu beharko ditu, talde bezala lortutako puntu guztiak zenbat diren jakiteko. Talde bezala lortutako puntuak zenbat diren jakinda, irakasleak emandako orri karratudun batean lortutako puntuak adierazi beharko dituzte, barra diagrama gisa. Talde bakoitzak irabazten dituen puntu bakoitzeko karratu bat margotu beharko dute. Behin talde guztiek haien

puntuak orri horretan adierazita eduki talde irabazlea nor den jakingo dute, izan ere puntu gehien lortzen dituen taldeak jokoaren irabazlea izango da.

Egoera didaktiko hau eta tokearen jokoa diseinatzerakoan hainbat faktore hartu dira kontuan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleentzat egokia izateko. Lehenik eta behin, tokearen laukietan agertzen diren zenbakiak ez dira 10 baino handiagoak izango, zehazki, 1etik 9ra izango dira. Ikasleek irabazten dituzten puntuak laukien barruan dauden zenbakiak dira. Lortutako puntu horiek haien taldekideek lortutako puntuekin konbinatu eta batu behar dituzte. Hori dela eta, zenbaki hauek oso handiak badira zailtasun handiagoak izango dituzte eta ondorioz, gaizki egiteko probabilitatea handiagoa izango da.



11. Ilustrazioa. Ikasleek izango duten tokea.

Bestalde, tokearen laukien tamaina handia izango da. Laukiak oin bat sartzeko tamaina nahikoa izango dute. Gainera, taldeen barnean dauden kideen kopurua ere txikia izango da, konbinatu behar dituzten zenbakiak ere gutxi izateko. Honetaz gain, taldekide bakoitzak harria zenbat aldiz bota behar duen kopurua txikia izango da. Honako hau jokoa erabiliko den aldagai didaktiko bat izango da. Jokora jolastutako lehenengo aldian, harria behin bota beharko dute. Bigarrenengo aldian berriz, taldekide bakoitzak bi aldiz bota beharko du harria. Azkenik, ikasleen ezaugarri motorrak kontuan izanik, harria bota behar duten lekutik tokea dagoen lekura arteko distantzia 30 zmkoa izango da. Modu honetan, ikasle guztiek tokearen lauki guztietara iristeko aukera izango dute.

- Helburuak:

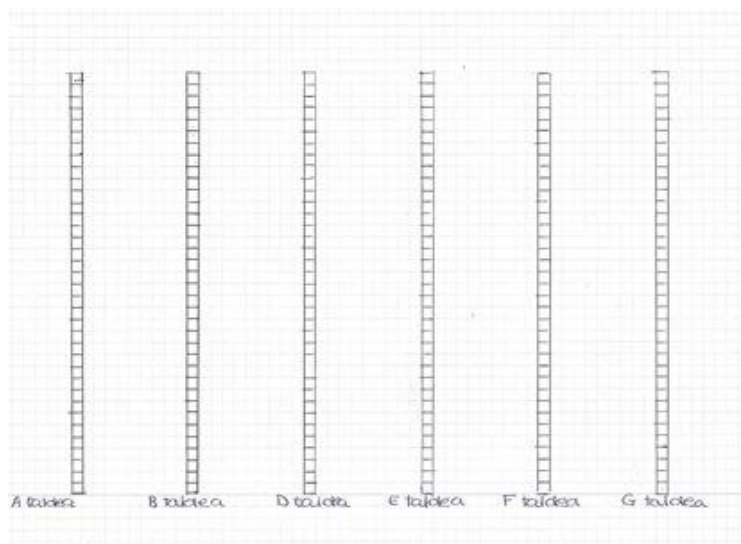
Egoera didaktikoak diseinatzerakoan bi helburu mota bereizten dira. Alde batetik, irakasleak dituen helburuak, hau da, helburu didaktikoak. Helburu hauek, diseinatutako egoera didaktikoaren bitartez ikasleek ulertu eta ikasi behar dituzten edukiak dira. Bestalde, ikasleen helburuak, hots, adidaktikoak direnak.

Egoera didaktiko honek bi funtsezko helburu didaktiko ditu. Lehenengoa, ikasleek handiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den eta konbinaketa non azken balioa ezezaguna den problemak identifikatzeko gai izatea da. Bigarrena, problema mota horiek ebazteko batuketaren algoritmoa burutzeko gai izatea da.

Helburu adidaktikoari dagokionez, ikasle bakoitzak harria ahalik eta zenbaki handiena duen laukira botatzea baita txingoka ibiltzean oina laukiaren barruan kokatzea izango da. Honela, taldeko kide guztiek lortutako puntuak konbinatuz puntu gehien lortzen duen taldea bilakatzeko eta ondorioz, jokoaren irabazlea izateko.

- Materiala:

Joko hau aurrera eraman ahal izateko hainbat beharrezko material daude. Alde batetik, klariona. Tokera jolasteko tokea lurrian margotu egiten da eta hori egiteko erabiltzen den materiala klariona izaten da, geroago ezabatzeko erraza baita. Honetaz gain, sei toke marrazteko tokia beharko da, honela talde bakoitzak bere tokea edukiz. Bestalde, talde bakoitzarentzat harri lau bat izatea, guztira sei harri izanik. Papera eta arkatza erabiliko den beste materiala da eta ondorioz, beharrezkoa jokoarentzat. Ikasleek lortzen dituzten puntuak hobeto gogoratzeko paper eta arkatz bat izango dute, nahi izanez gero lortutako puntuak bertan apuntatzeko. Azkenik, jokoaren talde irabazlea nor den adierazteko ikasleek orri karratudun bat izango dute.



12. Ilustrazioa. Talde irabazlea nor den adierazteko orri karratuduna.

- Faseak:

Lehenengo fasea:

Fase honetan, lehenik eta behin, irakasleak tokeak patioaren lurrian marraztuko ditu. Ondoren, jokoak zertan datzan baita jokoaren arauak zeintzuk diren azalduko die ikasleei. Behin azalpena eginda egonik, taldeak sortuko ditu. Azkenik, jokora jolasteko harri lauak banatuko ditu.

Bigarrenengo fasea:

Akzio fasea emango da. Ikasleek tokearen jokora jolasten hasiko dira irakasleak azalduko arauak errespetatuz. Harria botatzerakoan, jokalariek bakoitzak lortzen dituen puntuak gogoratu edota paper batean apuntatuko ditu.

Hirugarren fasea:

Formulazio fasea emango da. Taldeko kide guztiek harria tokearen laukietara bota ondoren, talde bezala zenbat puntu lortu dituzten jakin beharko dute. Hori dela eta, jokalariek bakoitzak lortu dituen puntuak bere taldekideei komunikatuko die. Behin taldekide guztien puntu guztiak konbinatu ondoren, talde bezala lortu dituzten puntuak zenbat diren jakingo dute.

Laugarren fasea:

Balioztatze fasea da. Fase honetan talde irabazlea nor den balioztatuko da. Honetarako, irakasleak emandako orri karratudun batean talde bakoitzak irabazitako

puntuak adierazi beharko dute, talde irabazlea nor den modu bisual batean ikusteko aukera izanik.

Bosgarrenengo fasea:

Fase honetan, irakasleak ikasleei joko honetara berriro ere jolastuko dutela azalduko die. Hala ere, aldaketa bat egongo dela aipatuko die. Oraingoan, taldeko kide bakoitzak bi aldiz bota beharko du harria, aldi bakoitzean lortzen dituen puntuak zenbat diren oroitzuz.

Seigarrenengo fasea:

Ikasleek irakasleak emandako aldaketa jarraituz, berriro ere, tokearen jokora jolastuko dute. Ondorioz, akzio fasea ematen da.

Zazpigarrenengo fasea:

Formulazio fasea da. Taldeko kide guztiek harria bi aldiz bota ondoren, talde bezala lortutako puntuak zenbat diren jakin behako dute. Honetarako, bakoitzak lortutako puntuak zenbat diren komunikatuz.

Zortzigarrenengo fasea:

Balioztatze fasea ematen da. Berriro ere, balioztatze hau egiteko irakasleak emandako orri karratuduna erabiliko da. Talde irabazlea nor den ondorioztatuko dute.

Bederatzigarrenengo fasea:

Instituzionalizazio fasea emango da. Fase honetan, berriro ere irakaslearen esku-hartzea emango da. Joko osoan ikasleek erabili dituzten estrategiaz abiatuz, irakasleak estrategia horiei balio matematikoa emango die. Hau da, talde bezala lortu dituzten puntuak jakiteko, matematikak batuketaren algoritmoaren teknika duela azalduko die. Teknika honen erabilpena nolakoa den baita teknika honek ematen dituen erraztasunak eta onurak aipatu ere. Honetaz gain, talde irabazlea nor den jakiteko erabilitako orri karratuduna, matematikaren arloan, barra diagrama bezala ezagutzen dela argituko die, barra diagrama noiz eta zertarako erabiltzen den azalduz.

3.2. Taula koloredunaren jokoa

- Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa:

Egoera didaktiko hau kenketa lantzeko diseinatuta dago. Zehazki, txikiagorako aldaketan non azken balioa ezezaguna den problema mota garatuko da. Problema mota hau landu ahal izateko “antzararen joko” oinarri bezala hartuko da. Joko hori aldaketa batzuk jasan ditu egoera honen bitartez lortu nahi diren ezagutzak garatzeko.

Joko honetan, lau taldeak egingo dira. Guztira sei talde egonik. Talde bakoitza bere taula koloreduna izango du eta taula horren gainean jolastuko dute. Talde bakoitzeko jokalaria bati kolore bateko fitxa bat egokituko zaio fitxa horrekin jolastu ahal izateko. Horretaz gain, talde bakoitzak bi dado izango ditu. Dado bat kolore gorrikoa izango da eta bestea berriz, urdina.

Jokoan, lehenik eta behin, jokalariek berain fitxak hasierako laukian kokatu beharko dute. Ondoren, lehenengo jokalaria dadoak bota beharko ditu. Dadoak bota eta gero, jokalaria bere fitxa mugitu beharko du. Mugimendu hori egiteko dado urdinak adierazten duen zenbakia aurreratu behar dituen laukiak direla jakingo du eta dado gorriak adierazten duen zenbakia berriz, atzeratu behar dituen laukiak. Mugimendua egin ondoren, dadoak hurrengo jokalaria emango dizkio. Prozesu hau taldeko kide guztiek burutuko dute taldeko jokalaria batek amaierako laukira iritsi arte. Amaierako laukira iristen den lehengo jokalaria jokoaren irabazlea izango da.

Diseinatutako joko hau Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleentzat egokia eta motibagarria izateko alderdi batzuk aldatu dira. Aldaketa hauek egiteko adin hauetako ikasleek dituzten ezaugarriak eta gaitasunak hartu dira kontuan. Alde batetik, talde bakoitzeko jokarien kopurua txikia izango da. Ikasleek uneoro jolastu nahi dute, hori dela eta, talde baten barruan jokalaria asko baldin badaude haien txanda itxaroten aspertu daiteke. Bestalde, dadoetan agertzen diren zenbakiak txikiak izateaz gain, dado urdinaren zenbakiak dado gorriaren zenbakiak baino handiagoak izango dira. Modu honetan, jokalariek mugimendu bat egiteko bi dadoen zenbakien arteko diferentzia lortu behar dutenez, diferentzia hori 0 edo zenbaki positibo bat izateko. Azkenik, taula koloredunean agertzen den lauki kopurua txikitu egingo da. Antzararen jokoan, ohiko taula batek, 63 lauki ditu. Joko honetan, berriz 24 lauki izango dira guztira. Lauki asko egoten badira amaierako laukira iristea asko kostatu daiteke. Hau gertatzen bada ikasleek jolasa uzteko nahia izan dezakete.

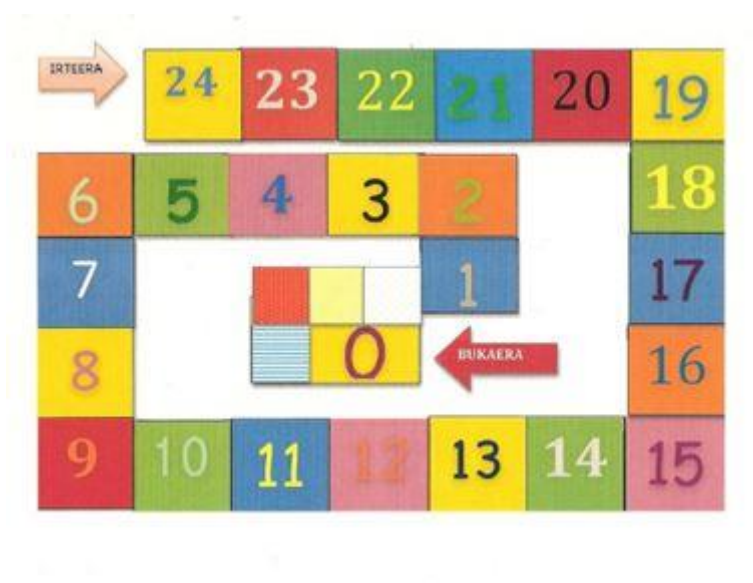
- Helburuak:

Egoera didaktiko honek bi helburu didaktiko ditu. Alde batetik, txikiagorako aldaketa non azken balioa ezezaguna den problema mota identifikatzeko gai izatea. Bestalde, problema mota hau ebazteko ikasleek kenketaren algoritmoa erabiltzeko gai izatea.

Joko honen helburu adidaktikoa berriz, ikaslea amaierako laukira iristen den lehenengo jokalaria izatea izango da, honela jokoaren irabazlea bilakatuz.

- **Materiala:**

Azaldutako jokora jolastu ahal izateko hainbat material behar dira. Lehenik eta behin, taula koloreduna. Sei talde ezberdin egingo direnez, sei taula beharko dira. Taula hauek 24 lauki izango dituzte, lauki bakoitzari dagokion zenbakia idatzita edukiz. Taula hauetan, lehenengo laukiak, hau da, hasierako laukiak 24 zenbakia izango du. Amaierako laukiak, ondorioz, 0 zenbakia izanik. Modu honetan jokalariek fitxen mugimenduak egin ondoren, txikiagorako aldaketa bat burutuko dute.



13. Ilustrazioa. Taula koloreduna

Gainera, amaierako lauki horrek, bere baitan, beste bost lauki txiki izango ditu. Jokalariak amaieratik hurbil daudenean, gerta daiteke aurreratu behar dituzten laukiak amaierara iristeko geratzen zaizkien laukiak baino gehiago izatea. Hau konpontzeko, amaierako laukiaren barruan bost lauki txiki gehiago egin dira. Horrela, jokalariren bati aipatutakoa gertatzen bazaio, amaieraren laukiaren barruan dauden lauki txikietatik mugitu daiteke. Amaierako laukiaren barruan dauden edozein laukian erortzen den

lehenengo jokalaria jokoaren irabazlea izango da. Bost lauki egitearen arrazoia, dadoak botatzerakoan jokalariek aurreratu dezaketen zenbakirik handiena bost delako da.

Bestalde, talde bakoitzarentzat lau kolore ezberdineko fitxak beharko dira. Kolore bakoitza jokalaria bakoitzarentzat izateko. Fitxak, zehazki, kolore horia, gorria, urdina eta berdea izango dute. Azkenik, talde bakoitzarentzat bi dado beharko dira. Urdina den dadoa 5,6 eta 7 zenbakiak izango ditu bere aldeetan. Dado batek sei alde dituenenez zenbaki bakoitza dadoaren bi aldeetan idatzia egongo da. Dado gorriak berriz, 2,3,4 eta 5 zenbakiak izango ditu. Kasu honetan, 2 eta 4 zenbakiak izango dira dadoaren bi aldetan idatzita egongo direnak.

- Faseak:

Lehenengo fasea:

Lehenengo fase honetan irakasleak, lehenik eta behin, jokoa zertan datzan eta arauak zeintzuk diren azalduko die ikasleei. Ondoren, taldeak egingo ditu, talde bakoitzak behar dituen dadoak, fitxak eta taulak banatuz.

Bigarrenengo fasea:

Fase honetan, akzio fasea baita balioztatze fasea emango dira. Ikasleek irakasleak azalduko arauak eta eginbeharreko pausuak jarraituz jokora jolasten hasiko dira (akzioa). Jokalaria bakoitzak egiten dituen mugimenduak taldeko beste jokalariek ikusten dituzte. Hori dela eta, ikasle batek jokoaren irabazlea izateko asmoz lauki gehiago aurreratzen baditu, taldeko beste jokalariek gaizki egin duela esango diote (balioztatzea). Kasu honetan, aurkariak izango dira jokalaria batek erabiltzen dituen estrategiak balioztatzen dutenak. Prozesu hau egiten jarraituko dute taldeko kide batek amaierako laukira ("0" laukira) iritsi arte. Amaierako laukira iristean jokoaren irabazlea nor den jakingo dute eta jokoa bertan amaituko da.

Hirugarrenengo fasea:

Jokoa amaitu ondoren, irakasleak berriro ere joko horretara jolastuko dutela esango die. Hala ere, bigarren aldi honetan aldaketak egongo direla eta aldaketa horiek zeintzuk diren azalduko die. Bigarren aldi honetan, jokalariek fitxak aurreratzeko, soilik, mugimendu bat egin dezaketela esango die. Gainera, jokalariek bikoteka jolastu beharko dute, talde batean beraz, 8 jokalaria (4 bikote) egonik. Bikoteko jokalaria

bakoitzak dado bat izango du. Batak kolore urdineko dadoa izango du eta besteak kolore gorrikoa. Jokalari bakoitza bere dadoa bota beharko du eta ateratzen zaion zenbakia begiratu. Bikotearen artean zenbat lauki aurreratu behar dituzten erabaki beharko dute, geroago mugimendua burutuz.

Behin azalpena emanda, irakasleak bikoteak egingo ditu.

Laugarren fasea:

Fase honetan akzio eta formulazio faseak emango dira. Irakasleak emandako arauak jarraituz ikasleak jokora jolasten hasiko dira (akzioa). Bikoteka jolasten ari direnez, eta bikotearen jokalari bakoitzak dado bat duenez, bakoitzari ateratako zenbakia zein den besteari komunikatu beharko dio (formulazioa). Modu honetan, bi zenbakiak jakinda zenbat lauki aurreratu beharko duten erabaki eta pentsatuko dute.

Bosgarren fasea:

Akzio eta balioztatze fasea da. Behin zenbat lauki mugitu edo aurreratu behar duten erabaki, mugimendua burutuko dute (akzioa). Mugimendua burutzean, bikote aurkariak, egindako mugimendua ongi egin duten edo ez ikusten egongo dira. Hori dela eta, bikote batek lauki gehiegi aurreratzen baditu, aurkariak gaizki egin dutela esango diote (balioztatzea). Beraz, aurkariak dira estrategiak balioztatuko dutenak. Laugarren eta bosgarren faseak egiten jarraituko dira bikote batek amaierako laukira iritsi arte. Iritsi den bikotea jokoaren irabazlea izango da.

Seigarren fasea:

Instituzionalizazioa fasea emango da. Irakasleak ikasleek erabili dituzten teknikei balio epistemologikoa emango dio. Hots, ikasleek bi zenbakien arteko diferentzia jakiteko kenketaren algoritmoa dagoela azalduko die. Algoritmo hau zertan datzan eta algoritmoa erabiltzearen onurak aipatuz.

3.3. Guda joko

- Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa:

Egoera didaktiko honetan, “guda jokoaren” bitartez, kenketa lantzeko beste problema mota bat landuko da. Problema hori konparaketa non diferentzia ezezaguna den

problema mota da. Egoera honetan erabiliko den jokoak ohiko guda jokoaren ezaugarri eta arau ezberdinak izango ditu. Modu honetan, egoera honen bitartez lortu nahi diren helburuak landuko dira.

Joko honetan, ikasleek bat baten kontra jolastuko dute, guztira hamabi talde egonik. Talde bakoitzeko ikasleek eskuetan karta-sortaren kopuru erdia izango dute, kartak buruz bera egonik. Ikasleek, biak batera, karten pilaren gainean duten karta hartu eta buruz gora mahaiaren erdira bota beharko dute. Botatako kartetan agertzen diren zenbakiak begiratu eta haien arteko diferentzia zein den ahalik eta azkarren pentsatu beharko dute. Ikasleek diferentzia hori zein den pentsatua dutenean, eskua botatako karten gainean jarri beharko dute. Eskua azkarren jartzen duen ikasleak, ozenki, zenbakien diferentzia zein den esan beharko du. Erantzuna zuzena bada, mahai gainean dauden kartak berarentzat izango dira eta bere karten pilaren azpian jarriko ditu. Erantzuna okerra bada, beste ikasleak diferentzia hori zein den esateko aukera izango du. Biak emandako erantzunak okerra badira, berriro ere pentsatzeko denbora izango dute bietako batek erantzun zuzena eman arte. Karta-sorta guztia eskuratzen duen ikaslea jokoaren irabazlea izango da.

Joko hau zazpi urteko ikasleentzat egokia izateko bi alderdi moldatu dira. Lehenengoa, ikasleek bat baten kontra jolastuko dute. Hots, soilik bi ikasle egongo dira talde bakoitzeko. Talde batean ikasle gehiago egongo balira, konparatu beharreko zenbakiak ere gehiago izango lirateke. Adin hauetako ikasleentzat zenbaki gehiago konparatzea zailegia izan daiteke. Bigarrenik, karta kopurua gutxituko da. Ohiko karta-sortak 40 karta izaten dituzte. Egoera honetan, 24 kartekin jolastuko dute, hau da, ikasle bakoitzak 12 karta izango ditu jokoaren hasieran. 40 kartarekin jokoak gehiegi luzatu litzateke eta ondorioz, ikasleentzat aspergarria izan.

- Helburuak:

Egoera honek bi helburu didaktiko ditu. Alde batetik, ikasleek konparaketa non diferentzia ezezaguna den problema mota burutzeko gai izatea da. Bestalde, problema mota hori ebazteko kenketaren algoritmoa erabiltzeko gai izatea.

Egoera honek duen helburu adidaktikoa ikasleak, ahalik eta azkarren, ateratzen diren bi zenbakien arteko diferentzia zein den aurkitzea izango da. Honela, karta-sorta guztiak eskuratu ahal izateko eta jokoaren irabazlea bilakatzeko.

- Materiala:

Beharrezko material bakar bat dago gudaren jokoa aurrera eraman ahal izateko: karta-sorta. Erabiliko den karta-sorta karten jokoetan erabiltzen den sorta berbera izango da. Hala ere, karta-sortaren kopurua ez da 40 izango, 24 baizik. 24 karta horiek halabehar hartuko dira, hautatu diren karta horiek zeintzuk diren begiratu gabe. Ikasleek bat baten kontra jolastuko dutenez, hamabi talde egongo dira eta ondorioz, hamabi karta-sorta beharko dira.

- Faseak:

Lehenengo fasea:

Fase honetan, irakasleak guda jokora nola jolastu behar den eta errespetatu behar diren arauak zeintzuk diren azalduko die ikasleei. Ondoren, taldeak egingo ditu. Azkenik, talde bakoitzari karta-sorta bat banatuko die.

Bigarrenengo fasea:

Ikasleak irakaslearen azalpena entzun ondoren jokora jolasten hasiko dira, hori dela eta akzio fasea emango da. Gainera, jokora jolasten duten bitartean ateratzen dituzten zenbakien arteko diferentzia zein den ozenki esan behar dutenez, formulazio egoera ere burutuko da fase honetan. Erantzuna ozenki esaten denez, ikaslearen aurkariak erantzun hori zuzena den edo ez balioztatuko du. Ondorioz, balioztatze fasea emanen.

Bigarrenengo fasea hau egiten jarraituko da ikasle batek karta-sorta guztia eskuratu arte. Karta-sorta guztia eskuratzen duen jokalaria jokoaren irabazlea izango da.

Hirugarrenengo fasea:

Instituzionalizazioa fasea emango da. Fase honetan, irakasleak ikasleek erabilitako estrategiei balio matematiko bat emango die. Hau da, matematikak bi zenbakien arteko diferentzia zein den lortzeko kenketaren algoritmoaren tresna erabiltzen duela azalduko die. Gainera, kenketaren algoritmo hau erabiltzeak ekartzen dituen alde onak

aipatuko dizkie. Modu honetan, ikasleek etorkizunean horrelako problema baten aurrean aurkitzean kenketaren algoritmoa erabiltzera motibatuak egonik.

3.4. Helburu joko

- Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa:

Laugarren egoera hau handiagorako aldaketa non aldagaia ezezaguna den problema mota lantzeko diseinatuta dago. Problemaren lanketa egin ahal izateko, Chamorrok (2003) aipatutako “helburu joko” bat aurrera eramango da. Joko horietan helburua izango den zenbaki bat finkatzen da. Zenbaki hori finkatuta eduki ondoren, karta kopuru zehatz batzuk erabiliz zenbaki hori lortzera iritsi behar da.

Egoera honetan helburua 15 zenbakia izango da eta jokalariek hiru karta erabiliz helburu horretara iritsi beharko dira.

Ikasleek lau kideko taldeetan banatuko dira, guztira sei talde egonik. Talde bakoitzak, mahai gainean, hamasei karta izango ditu. Karta hauek zenbaki batzuk izango dituzte eta zenbakiak buruz gora egongo dira. Ikasleek, txandaka, mahai gainean dauden kartak hartu beharko dituzte. Txanda bakoitzean, jokalariek karta bat hartu dezakete. Guztira, jokalaria bakoitzak hiru karta hartu beharko du. Jokalariek eskuetan hiru karta izanda, zenbaki horiekin 15 zenbakira iritsi beharko dira. 15 zenbakira iristen den jokalaria jokoaren irabazlea izango da. Jokalari guztiek hiru karta hartu ondoren inor ez bada helburura iritsi beste tanda bat hasiko da.

Bigarren tanda honetan, jokalariek ezkerrean duten jokalaria 15 zenbakira iristeko behar duten karta eskatu ahalko diote. Hala ere, eskuetan soilik hiru karta izan dezaketenez, beste jokalaria karta jasotzerakoan bere eskuetan duten karta bat beste jokalaria horri eman behako diote. Prozesu hau egiten jarraituko da jokalaria batek 15 zenbakia izatera iristen den arte.

Diseinatutako joko Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleentzat zuzena eta dibertigarria izateko bi alderdi hartu dira kontuan. Alde batetik, helburua den zenbakia txikia izatea. Adin hauetako ikasleek oraindik ez dituzte zenbaki handiak oso ondo maneiatzen. Hori dela eta, helburua zenbaki handi bat izango balitz ikasleek zailtasun handiagoak izango lituzkete karta kopuru zehatz batekin helburu horretara iristeko.

Ondorioz, ikasle asko aspertuko lirateke jokora jolasteko motibazioa galduz. Bestalde, helburura iristeko erabili behar dituzten karta kopurua ere txikia izatea. Modu honetan, ikasleek helburura iristeko behar dituzten zenbaki edo jada zenbat zenbaki dituzten jakiteko kalkulatu beharko dituzten batuketa eta kenketa kopuruak gutxiago izango dira.

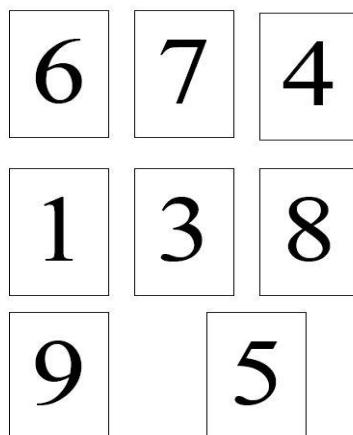
- Helburuak:

Egoera honen funtsezko helburu didaktikoak bi dira. Alde batetik, ikasleek handiagorako aldaketa non aldaketa ezezaguna den problema mota bereizteko eta identifikatzeko gai izatea. Bestalde, problema mota hau burutzeko batuketaren eta kenketaren algoritmoak erabiltzeko gai izatea.

Helburu adidaktikoari dagokionez, hiru karta hartuz 15 zenbakia lortzera iristen den lehenengo jokalaria izatea izango da. Honela, jokoaren irabazlea bihurtuz.

- Materiala:

Joko hau burutu ahal izateko beharrezkoa den material bakarra kartak dira. Talde bakoitzarentzat hamasei karta erabiliko dira. Ondorioz, laurogeita hamasei karta beharko dira. Karta horiek zenbaki batzuk izango dituzte idatzita. Kartetan idatzita dauden zenbakiak hiruko konbinaketa egitean 15 zenbakira iristea ahalbidetzen duten zenbakiak izango dira. Hori dela eta, erabiliko diren kartak honako hauek dira: 5 zenbakia duten lau karta; 3 eta 4 zenbakiak dituzten hiru karta; 6, 1, 9 eta 8 zenbakiak dituzten karta bat eta 7 zenbakia duten bi karta izango dira.



14. Ilustrazioa. Erabiliko diren kartak.

- Faseak:

Lehenengo fasea:

Fase honetan irakasleak jokora jolasteko errespetatu behar diren arauak zeintzuk diren azalduko die ikasleei. Ondoren, taldeak egingo ditu. Azkenik, talde bakoitzari hamasei karta banatuko dizkie.

Bigarrenengo fasea:

Bigarren fase honetan, akzio fasea emango da. Ikasleek irakaslearen azalpena entzun ondoren, jokora jolasten hasiko dira.

Hirugarren fasea:

Jokalari guztiek eskuetan hiru karta dituztenean formulazioa fasea emango da. Alde batetik, jokalariren bat eskuetan dituen hiru kartekin helburura iristen bada, bere aurkariari helburura iritsi dela komentatu beharko die, honela jokoaren irabazlea bilakatzeko. Aurkariak hori entzunda, eskuetan dituen kartak erakusteko eskatuko diote, modu honetan esaten duena egia dela egiaztatzeko. Hori dela eta, balioztatze fasea ere emango da. Joko honetan aurkariak izango dira jokalaria egiten dituen estrategiak balioztatzen dutenak.

Bestalde, jokalariek eskuetan hiru karta izanik helburura iristen ez badira, helburura iritsi ez direla komentatu beharko dute. Ondoren, jokoaren bigarren tanda jolasten hasteko.

Laugarren fasea:

Jokoaren bigarren tandara jolasten hasiko dira. Hots, jokalariek eskerrean duten jokalaria helburura iristeko falta zaien karta eskatuko diote. Hori dela eta, akzio fasea emango da. Prozesu hau egiten jarraituko dute jokalariren bat helburua iritsi arte.

Bosgarren fasea:

Jokalariren bat helburura iristean formulazio eta balioztatze faseak emango dira. Izan ere, iritsi den jokalaria helburura iritsi dela komentatu beharko du. Aurkariak jokalaria helburura iritsi dela egiaztatzeko kartak erakusteko eskatuko diote, modu honetan jokalaria esaten duena egiaztatuz eta bere estrategiak balioztatuz.

Seigarren fasea:

Instituzionalizazio fasea emango da. Irakasleak ikasleak erabilitako estrategiei matematikaren ikuspuntutik balio epistemologikoa emango die. Matematikak horrelako problemak ebazteko erabiltzen dituen teknika kenketaren eta batuketaren algoritmoak direla esango die. Gainera, algoritmo horien erabilera egoera honetan nolakoa den azalduko die. Honetaz gain, egoera honetan algoritmoak erabiltzeak ekartzen dituen onurak zeintzuk diren aipatuko dizkie. Honela, etorkizunean problema mota hau berriro ere planteatzen bazaie algoritmo hauek erabiltzera motibatua egongo dira.

3.5. Hamaiketako banatzera goaz!

- Proposamenaren jatorria eta transposizio didaktikoa:

Egoera didaktiko honen bitartez, batuketa eta kenketaren algoritmoak lantzeko azkeneko problema mota landuko da, zehazki, konbinaketa non gaia ezezaguna den problema. Problema hau jorratzeko ez da joko bat burutuko. Horren ordeztuz, ikasleei egoera bat planteatuko zaie.

Egoera honetan, asteen behin (asteazkenetan) klaseko lau ikasle haien ikaskideei hamaiketako banatzeko arduradunak izango dira. Hamaiketako beti fruta izango da, honela janari osasuntsuaren aldeko egoera bat probestuz. Ikasgelan lau kutxa kokatuko dira, kutxa bakoitza ikasle arduradun bati zuzenduta egonik. Kutxa horiek hamaiketakoaren kutxak izango dira.

Asteazken guztietan irakasleak, ikasleak klasera iritsi aurretik, hamaiketako kutxetan fruta zati batzuk sartuko ditu kutxa bat frutarik gabe utziz. Soberan geratzen diren fruta zatiak irakaslearen mahaiaren alboan egongo den poltsa batean sartuko ditu. Behin ikasleak klasera sartu ondoren, egun horretako arduradunak hamaiketakoaren kutxen aurrean jarriko dira eta irakasleak eginbeharra zertan datzan azalduko die.

Irakasleak kutxetan dauden fruta zatiak haien ikaskideentzako direla esango die, fruta zati bakoitza ikaskide bakoitzarentzat izanik. Gainera, guztientzat fruta zati bat egon behar dela argituko die, hots ezin dela ikaskide bat frutarik gabe geratu. Haien klasean 24 ikasle direla dakitenez, guztira 24 fruta zati beharko dituztela ondorioztatuko dute.

Arduradunek ikaskide guztiei fruta zati bat banatzeko fruta zatiren bat falta den begiratu eta pentsatu behako dute. Fruta zatiak falta badira, mezu idatzi baten bitartez irakasleari falta diren fruta zatiak zenbat diren komunikatu beharko diote. Irakasleak mezu hori irakurri eta agertzen diren fruta zatiak emango dizkie. Honela, arduradunek fruta horiek hartu eta ikasleei banatzeko.

Lehenengo asteetan, arduradunek falta diren fruta zatiak zenbat diren pentsatu baino lehen kutxetan jada dituzten frutak banatzen hasteko aukera izango dute. Hau egitean, falta diren fruta zatiak zenbat diren jakiteko, arduradunek frutarik gabe geratu diren ikasleak zenbat diren zenbatzearekin nahikoa izango dute. Ondorioz, ez dira egoera didaktiko honen bitartez lortu nahi diren helburua didaktikoak burutuko. Hori dela eta, lau aste pasa ondoren aldagai didaktiko bat sartuko da. Aldagaia honen arabera, arduradunek ikaskide guztientzako fruta zatiak aldi berean banatu behako dituzte. Horren arabera, arduradunek lehenik eta behin, jada dituzte fruta zatiak zenbat diren ikusi beharko dituzte. Geroago, ikasle guztientzat fruta zati bat edukitzeko zenbat fruta falta diren kalkulatu beharko dute mezu idatzi baten bitartez irakasleari falta diren fruta zatiak komunikatzeko. Azkenik, behin aurreko guztia egingo denean, ikaskideen hamaiketako banatzeko aukera izango dute.

Egoera hau diseinatzerakoan ikasleen gaitasunak eta trebetasunak kontuan hartu dira. Hori dela eta, konbinaketa, batuketa eta kenketa gehiegi egin ez dezaten arduradunen kopurua eta banatu beharreko fruta zati kopurua ez da oso handia izango. Arduradunak lau izango dira eta ikasle bakoitzarentzat, soilik, fruta zati bat banatu beharko dute. Horrela, aurrera eraman beharreko egoerak zailtasun kutsua izan arren ikasleak egoera hau aurrera eramateko gai izango direla eta motibatuak egongo direla ziurtatzen da.

- Helburuak:

Bi dira egoera honek dituen helburu didaktikoak. Alde batetik, Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleek konbinaketa non gaia ezezaguna den egoera ezagutzea eta identifikatzea. Bestalde, problema mota hori ebazteko batuketa eta kenketaren algoritmoak burutzeko gai izatea.

Helburu adidaktikoari dagokionez, ikasleek bere ikaskide guztiei fruta zati bat banatzea izango da. Honetarako, falta diren frutak zatiak zenbat diren kalkulatzeko eta hauek modu idatzian adierazteko gai izanik.

- **Materiala:**

Egoera didaktiko hau egin ahal izateko beharrezko material batzuk daude. Alde batetik, asteazkenero fruta zatiak izatea. Klasean guztira 24 ikasle direnez, gutxienez 24 fruta zati eduki beharko dira. Gainera, lau kutxa ezberdin beharko dira, bertan fruta zati batzuk sartzeko. Honetaz gain, irakasleak poltsa handi bat izan beharko dut. Fruta zati batzuk kutxetan sartu ondoren, soberan geratu diren frutak bertan edukitzeko. Azkenik, papera eta arkatza ere beharrezkoak izango dira. Izan ere, ikaskide guztiek fruta zati bat edukitzeko falta diren fruta zatiak zenbat diren modu idatzi baten bitartez adierazi beharko dute.

- **Faseak:**

Lehenengo fasea:

Irakasleak, lehenik eta behin, hamaiketakoa banatzeko arduradunen taldeak egingo ditu. Ondoren, egoera honetan ikasleek burutu behar duten eginbeharra zein den azalduko die.

Bigarrenengo fasea:

Akzio fasea emango da. Arduradunek irakasleak emandako azalpenaren arabera bere ikaskideei fruta zatien banaketa egiten hasiko dira.

Hirugarrenengo fasea:

Formulazio fasea gertatuko da. Arduradunek ikasle guztiek fruta zati bat edukitzeko hainbat fruta zati falta direla konturatzeko, irakasleari falta diren fruta zatiak zenbat diren mezu idatzi baten bitartez komunikatu beharko diote. Irakasleak mezu hori irakurri eta eskatzen dituzten fruta zatiak emango dizkie.

Laugarrenengo fasea:

Arduradunek irakasleak emandako fruta zatiak hartu eta bere ikaskideei banatu beharko die. Hori dela eta, akzio fase berri bat emango da.

Bosgarren fasea:

Balioztatze fasea izango da. Arduradunek ikaskideei fruta zatiak banatu ondoren, ikaskide guztiek fruta zati bat duten edo ez ikusi ahalko dute. Modu honetan, erabilitako estrategia balioztatuko dute. Ikaskide guztiek fruta zati bat dutela ikustean, erabilitako estrategia zuzena dela ondorioztatuko dute. Ikaskide batzuk frutarik gabe geratzen badira berriz, erabilitako estrategia konpondu beharreko problemarentzako zuzena ez dela ikusiko dute.

Seigarren fasea:

Ikaskide batzuk frutarik gabe geratzen badira, arduradunek falta diren fruta zatiak irakasleari mezu idatzi baten bitartez eskatzeko aukera berri bat izango dute. Ondorioz, formulazio fasea emango da. Irakasleak mezua irakurri ondoren eskatzen dituzten fruta zatiak emango dizkie.

Zazpigarren fasea:

Fase honetan, akzio eta balioztatze faseak emango dira. Arduradunek irakasleak emandako fruta zatiak hartu eta haien ikaskideei banatuko dizkiete (akzioa). Behin fruta guztiak banatuta izanda, ikasle guztiek fruta zati bat duten edo ez ikusi ahalko dute, egindako estrategia zuzena den edo ez balioztatuz (balioztatze fasea).

Seigarren eta zazpigarren faseak egiten jarraituko dira ikaskide guztiek fruta zati bat izan arte.

Zortzigarren fasea:

Lau aste pasa ondoren, irakasleak ikasleei egoera honen aldagai didaktikoa azalduko die.

Bederatzigarren fasea:

Akzio eta formulazio faseak emango dira. Ikasleek irakasleak azaldutako aldagaia kontuan izanda haien eginbeharrari ekiten hasiko dira (akzioa). Fruta zati guztiak aldi berean banatu behar dituztenez jada kutxetan dituzten fruta zatiak zenbat diren ikusten hasi beharko dira. Gainera, arduradun bakoitzak bere kutxa duenez eta kutxa bakoitzean fruta kopuru ezberdinak daudenez, arduradun bakoitzak zenbat zati dituen

komentatzen hasi beharko dira (formulazioa). Honela, guztien artean zenbat fruta zati dituzten jakiteko.

Hamargarren fasea:

Guztien artean zenbat fruta duten dakitenean, ikaskide guztiek fruta zati bat izateko falta diren zatiak zenbat diren mezu idatzi baten bitartez komentatu beharko diote irakasleari. Hori dela eta, formulazio fasea emango da. Irakasleak mezua irakurri eta eskatzen dituzten fruta zatiak emango dizkie.

Hamaikagarren fasea:

Akzio eta balioztatze faseak emango dira. Arduradunek fruta zatiak hartu eta haien ikaskideei banatzen hasiko dira (akzioa). Behin banaketa osoa egin ondoren, ikaskide guztiek fruta zati bat duten edo ez ikusi ahalko dute. Ondorioz, erabilitako estrategiak zuzenak izan diren edo ez balioztatuko dute (balioztatze fasea). Ikaskide guztiek fruta zati bat badute erabilitako estrategia zuzena izan dela ondorioztatuko dute. Ikaskide batzuk frutarik gabe geratzen badira berriz, erabilitako estrategia okerra direla ondorioztatuko dute.

Hamabigarren fasea:

Ikaskide batzuk frutarik gabe geratzen badira, arduradunek irakasleari mezu idatzi baten bitartez falta diren fruta zatiak komunikatzeko aukera berri bat izango dute, formulazioa fasea gertatuz. Irakasleak mezua irakurri ondoren eskatzen dituzten fruta zatiak emango dizkie.

Hamahirugarren fasea:

Fase honetan, akzio eta balioztatze faseak emango dira. Arduradunek irakasleak emandako fruta zatiak hartu eta haien ikaskideei banatuko dizkiete (akzioa). Behin fruta guztiak banatuta izanda, ikasle guztiek fruta zati bat duten edo ez ikusteko aukera izango dute, egindako estrategia zuzena den edo ez balioztatuz (balioztatze fasea).

Hamabigarren eta hamahirugarren faseak egiten jarraituko dira ikaskide guztiek fruta zati bat izan arte.

Hamalagarren fasea:

Instituzionalizazio fasea emango da. Irakasleak ikasleek erabili dituzten estrategiaz baliatuz, problema mota hau ebazteko matematikak dituen teknikak zeintzuk diren azalduko die ikasleei. Hau da, batuketa eta kenketaren algoritmoak. Teknika hauek egoera ezberdinetan erabili daitekeela azalduko die, honako hau horietako bat izanik. Gainera, teknika hauek eskaintzen dituen onurak zeintzuk diren aipatuko dizkie. Modu honetan, teknika hauek erabiltzeko zentzua ikusiko dute. Etorkizunean horrelako egoera bat agertzean teknika hauek erabiltzeko nahi piztuz.

4. Inplikazio pedagogikoak eta psikologikoak

Gaur egungo ikasleak matematika ikaskuntzaren aurrean zapuztuak eta aspertuak sentitzen dira. Ez dute ezer dibertigarririk eta motibagarririk aurkitzen, izan ere eskolako irakasgai bateko ariketa huts batzuk bezala ikusten dituzte. Ikasleek matematikarekiko duten ikuspegi hau ez da berezkoa, hau da, ikasleek jaiotzerakoan ez dituzten matematikak gorrotatzen. Matematikak lantzeko eta erakusteko erabiltzen den metodologia ikasleek ikuspegi hori izatearen arrazoi nagusietako bat da. Matematikak modu isolatuan lantzen dira, hots, ez dira beste irakasgaiko ezagutzeekin batera erakusten. Gainera, bere irakaskuntza testu liburuetan aurkitzen diren ariketa edo fitxen bitartez lantzea mugatzen da. Irakaskuntza ariketa horiek ebazteko prozedura ezberdinen transmisioan oinarrituz. Hori dela eta, ikasleek ikasten ari diren ezagutzei eta edukiei ez diete inongo esanahirik ematen. Ondorioz, ez dakite zer egiten dute ezta zergatik egiten dute ulertzen.

Lan honetan diseinatutako proposamenarekin metodologia tradizionala alde batera uztea eta matematikaren irakaskuntza beste modu batean lantzea planteatzen da. Honela, testuliburuaren eta fitxen erabilpenak ekartzen dituzten hutsuneak gaindituko dira, ikasleek matematikarekiko duten ikuspuntua aldatuko dute eta matematikoki pertsona konpetenteak bilakatuko dira. Proposatzen den metodologia berria egoera didaktikoen teoria da. Teoria horren bitartez garatzen den irakaskuntzari esker, matematikak interesgarriak eta gure egunerokotasunarentzat erabilgarriak bilakatzen dira.

Egoera didaktikoen teoria aplikatuz, lan honetan diseinatu den proposamena praktikara eramateak aldaketa asko inplikatzen ditu. Teoria hori ez da ohikoa eskoletan, hori dela eta, matematika irakasgaia erakusteko metodologia gisa ezartzen bada, eskolako testuinguruan aldaketak nabarmenduko dira. Proposamen honek inplikatzen duen aldaketa handienetariko bat alderdi pedagogikoari dagokio. Matematikaren irakaskuntza berri honek testu liburuetako ariketak alde batera uztea eskatzen du, egoera didaktiko ezberdinak diseinatzen eta erabiltzen hasteko. Egoera horiek, testu liburuetako ariketak ez bezala, ikasleentzako hurbilak eta errealak dira. Horri esker, ikasleek egiten ari direnari zentzua aurkitzen diote. Halaber, egoera

horietan haurrak haien ikaskuntzaren protagonistak bilakatzen dira, berain esperimentazioaren bitartez, ezagutza berriak eskuratuz.

Egoera didaktikoaren teoria aplikatzeak alderdi psikologikoan ere aldaketak inplikatzen ditu. Irakasleak dira ikasle zehatz batzuentzat egoera didaktikoak diseinatzen dutenak. Horregatik, egoera didaktikoak diseinatzerakoan ikasle horien gaitasunak, aurreko ezagutzak eta mugak kontuan hartzen dituzte. Hau da, egoera didaktikoak ikasleen garapen kognitiboa eta gaitasunen arabera sortzen dituzte. Modu honetan, egoerak ikasleentzako egokiak izango direla ziurtatzen dute.

Aldaketa guztiek esfortzu bat eskatzen dute. Hori dela eta, matematikak erakusteko metodologiaren aldaketak ere esfortzu bat eskatuko du. Irakasle askok metodologia tradizionalaren aurrean eroso sentitzen dira. Matematikak testu liburuen eta fitxen bitartez lantzerako ohitura daude eta, ondorioz, metodo horren aurrean seguruak sentitzen dira. Irakasteko errekurtsu horiek hainbeste urtez erabili ondoren, metodologiaren aldaketa baten aurrean alfer eta beldurtuak aurkitzen dira. Egoera didaktikoen teoria erabiltzeak metodo tradizionalak ematen dien segurtasuna alde batera usterako derrigortzen die, metodo berriak sortarazten dituzten zalantzak eta ziurgabetasuna sentitzen hasteko.

Irakasle horiek testu liburuen beharra arrazoi zehatz batengatik justifikatzen dute. Arrazoi hori curriculumean agertzen diren eduki guztiak lantzeko denbora eskasa dutela da. Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleek kurtsoan zehar ezagutza eta eduki berri asko ikasi behar dituzte. Askotan, eduki guzti horiek lantzeko denboraz larri egoten dira, eduki guztiak lantzeko denborarik izango ez dutela sinetsiz. Metodologia tradizionalak duen alderdi positibo bat irakaskuntzak denbora gutxi eskatzen duela da, izan ere, prozeduren transmisio hutsean oinarritzen da. Hori dela eta, gehienetan curriculumean agertzen diren eduki guztiak lantzeko aukera izaten dute. Hala ere, metodologia tradizionala erabiltzeko arrazoinamendu honetan oinarritzen diren irakasle guztiek erreflexionatu beharko luketela uste dut, ondorengo galderak planteatuz. Ikasleek benetako ezagutza eskuratzen dute? Egiten ari direna zer den eta zergatik egiten duten ulertzen dute? Ikasitako ezagutzak eskola kanpoko eremu eta alderdietan aplikatzeko gai dira? Praktika aldietan bizitako esperientziak erabiliz, nire erantzun pertsonala argia da: ez. Beraz, irakasleek ikasleen ikaskuntzarako aukerarik

hoberena zein den pentsatu beharko lukete. Hau da, curriculumean agertzen diren eduki guztiak lantzea metodologia tradizional baten bitartez edo curriculumean agertzen diren ezagutza batzuetan zentratu eta modu esanguratsu batean landu.

Esandako guztiarekin, egoera didaktikoen teoriaren erabilpenak eskolako testuinguruan eragiten dituen aldaketak nabarmendu dira. Aldaketa gehienak ikasleen ikaskuntzan hobekuntza izugarriak inplikatzeko dute. Ikasleek ezagutza matematikoak modu esanguratsuan ikasteko aukera dute, irakasgai hau eguneroko arazoak ulertzeko eta konpontzeko ezinbestekoa ikusiz. Horri esker, ikasleek matematikarekiko duten perspektiba aldatzen dute zerbait interesgarria eta dibertigarria bilakatuz.

ONDORIOAK

Lan honetan agertzen diren egoera didaktikoen garapena ez da testuinguru erreal batean aurrera eraman. Hori dela eta, planteatutako egoera horien bitartez lortu ahalko diren emaitzak eta marko teorikoaren atalean azaldutako ideien artean konparaketa bat egiteko zailtasunak aurkitzen dira. Arrazoi horrengatik, atal honetako ondorioak metodologi tradizionalaren bitartez lortzen diren emaitzak eta egoera didaktikoen teoria konparatzen ditu. Ondorio horiek teoria honen erabilpenak edo praktikak dituen onurak nabarmentzeko aukera emango dute.

Atal honek barne dituen konparaketak errealitatearekin bat etortzeko, praktika aldietan Lehen Hezkuntzako lehenengo mailako ikasleekin izandako esperientziak erabiliko dira.

Gaur egun, hezkuntza ikastetxetan zabalduen dagoen eta ohikoa den metodologia testu liburuen erabilpenean oinarritzen da. Hau da, matematikaren ezagutzaren ikaskuntza eta irakaskuntzarako metodo enpirikoaren erabilpena egiten da. Metodologia horren erabilpenak ezagutza matematikoa modu errepikakor eta errealitatean testuinguratu gabe transmititzean oinarritzen da.

Metodologia horren bitartez batuketa eta kenketaren irakaskuntza, soilik, algoritmoen ebazpenetan oinarritzen da. Ariketak batuketak eta kenketak modu sistematikoan nola ebazten diren ikasteko diseinatuak daude, haien erabilpen errealari inongo atentziorik jarritz. Ikasleek algoritmo horiek modu mekaniko batean ebazten ikasten dute, zergatik eta zein egoeretan erabiliak izan behar diren ulertu gabe. Horren ondorioz, bizitako esperientziak dion bezala, irakasleak liburuetan aurkitzen diren ariketei aldagai bat ezartzen dioenean, ikasleek blokeatuta geratzen dira zer egin behar duten jakin gabe.

Metodologia horrekin ikasleek testu liburuetan agertzen diren algoritmo eta ariketa guztiak modu zuzen batean ebazten badute ere, egiten ari direna ez dute ulertzen. Honako hau, ikasleek problema berdinak aldi oro mekanikoki ebazteko ohitura dutelako gertatzen da. Horrengatik, nahiz eta hasieran algoritmoen inguruko lanketa positiboa iruditu, ikasleek algoritmo hauek ebazteko teknika oso azkar ikasten baitute, azkenean ikaskuntza faltsua dela azaleratzen da. Ikasleek ez dituzte batuketa eta kenketaren nozioak ikasten, prozedura huts bat barneratzen dute.

Halaber, testu liburuak batuketa eta kenketaren algoritmoen lanketa modu bereizi batean garatzen dute, hots, ez dituzte beraien artean erlazionatzen. Lehenik eta behin, batuketaren algoritmoa nola ebatzi behar den lantzen eta erakusten dute. Horretako, hainbat ariketa planteatzen dituzte eta ikasleek ariketa horietan agertzen diren batuketa ezberdinak ebatzi behar dituzte. Batuketaren algoritmoa landu ondoren eta ikasleek bere prozedura nolakoa den ikasita eduki ondoren, algoritmo hau alde batera uzten da kenketaren lanketarekin hasteko. Eduki horiek modu bereizi batean lantzerakoan, ikasleek ez dituzte haien artean dauden erlazioak ikasten ezta ulertzen ere. Algoritmoak honela lantzearen arazo ohiko bat ikasleek ebatzi behar duten ezezaguna liburuan agertzen den algoritmoaren azkeneko emaitza ez denean gertatzen da. Adibidez:

$$5 + \square = 8$$

15. Ilustrazioa. Algoritmoak lantzeko agertu daiteken ariketa bat

Adibide horretan, ikasleek ariketak ebazteko sistema mekaniko bat barneratzen dutela kontuan hartuz, lehenik eta behin batuketaren ikurra identifikatuko dute eta ondorengo bi egoeretako batean aurkituko dira. Lehen, ikaslea blokeatuta geratu daiteke zenbakien kokapen arrutan aldatua izan delako. Bigarrena, ariketan batuketaren ikurra agertzen dela kontuan izanda, ikasleak eragiketa hori burutuko du hamahiru emaitza karratuaren barruan idatziz. Deskribatutako bi egoera horiek metodologia honek duen gabeziak bat nabarmentzen dute. Gabezi hori, ikasleek batuketa eta kenketak beraien artean erlazionatzera eta, bereziki, haien erabilgarritasuna ikastera iristen ez direla da.

Laburpen gisa, metodologia honen erabilpenaren ondorioz eskuratzen diren emaitzak nahiko negatiboak direla hautematen daiteke. Ikasleek matematikarekiko interes gutxi adierazten dute, izan ere, bere zeregina irakasleak azaltzen duena entzutera eta egunero prozedura berdina errepikatzen mugatzen da. Gainera, ez dira gai algoritmo hauek zergatik eta zertarako diren erabilgarriak ulertzeko. Hori dela eta, testu liburuek

planteatzen dituzten testuingurutik kanpo dauden ariketetan batuketa eta kenketak erabiltzeko ezgaitasuna dute.

Hala ere, irakasleek direnez metodologia horren erabilera aurrera eramaten dutenak, beraien esku dago metodologia hori modu zorrotz batean jarraitzea eta erabiltzea edo ikasleen beharretara egokitzea. Alabaina, metodologi horrekin ezingo dira egoera didaktikoen teoriarekin lortzen diren emaitzak berberak eskuratu, izan ere, irakaskuntza guztia algoritmoen ebazpenaren inguruan biratzen du.

Egoera didaktikoen teoriak, bestalde, ikasleak pertsona konpetenteak bilakatzea du helburu funtsezko bezala. Hots, ezagutza matematikoak noiz, nola eta zertarako erabili behar dituzten jakiteko gai izatea. Egoera didaktikoen erabilpenari esker, ikasleak haien zereginen eta ondorioz, haien ikaskuntzen protagonista nagusiak bilakatzen dira. Hori dela eta, ikasleak berak dira haien esperientzien bitartez, matematikako edukiak ikasteko beharra esperimentatzen dutenak.

Lan honetan diseinatu diren egoerek ahalbidetzen dute ikasleek batuketa eta kenketaren algoritmoak erabiliak izan ahal diren testuinguru ezberdinak ezagutzea. Modu honetan, ikasleek eguneroko bizitzan algoritmoen erabilpen erreala ezagutzeko eta ikusteko aukera dute. Gainera, teoria honen irakaskuntzako estrategia metodologia tradizionalaren estrategiatik guztiz bereizita aurkitzen da. Teoria hau, problema ezberdinen planteamenduan oinarritzen da non ikasleek haien ebazpena aurkitu behar duten. Problema hauek ebazteko beharrezkoak diren matematikako teknikak batuketa eta kenketak dira. Honela, algoritmoak ebazteko prozedurak bide luze baten azkeneko pausua izango dira non ikasleek algoritmoa horien erabilpena ezinbestekoa ikusiko duten. Ikasleek algoritmo hauek zergatik eta zertarako balio duten ulertuko dute.

Teoria honek matematikarekiko perspektiba positiboa izatea laguntzen du, ikasleak haiei planteatutako problemekin eta jokoekin dibertitzen baitira. Modu honetan, ez dituzte matematikak irakasgai aspergarri eta irreal bat bezala ulertzen, interesa duten zerbait bezala ikusten dute. Honakoa hau motibatuak egoteko eta ezagutza matematikoak gogoz ikasten jarraitzeko ezinbestekoa izanik.

Esandako guztiarengatik, teoria honek, egoera didaktikoen teoria deiturikoa, metodologia tradizionalak dituzten hutsuneak betetzen dituela ondorioztatu daiteke.

Matematikak ikasleentzako irakasgai dibertigarria bilakatuz, modu ludiko eta esanguratsu baten bitartez beharrezkoak diren ezagutza matematikoak eskuratzen dituzten bitartean.

CONCLUSIONES

El desarrollo de las situaciones didácticas contenidas en el presente trabajo no han sido objeto de análisis en situaciones reales. En este sentido, existe una dificultad añadida para realizar una comparativa entre los resultados que mediante el planteamiento de estas situaciones podrían obtenerse y las ideas expuestas en el apartado del marco teórico. Por este motivo, las presentes conclusiones tienen como objeto comparar, en la medida de lo posible, los resultados que se obtienen con la utilización de las metodologías tradicionales y la teoría de las situaciones didácticas. Este planteamiento de conclusiones permitirá destacar las ventajas que contiene el uso o la práctica de esta teoría.

Con el objeto de ajustar lo máximo posible a la realidad la comparativa que se contiene en los apartados siguientes, se utilizarán las experiencias vividas durante los periodos de prácticas con alumnos de primero de primaria.

Actualmente, la metodología más extendida en los centros de enseñanza se basa en la utilización de libros de texto. Es decir, se hace uso del método empírico para la enseñanza y aprendizaje de los conocimientos matemáticos. El uso de esta metodología consiste en transmitir la enseñanza matemática de forma repetitiva y sin contextualización real.

La enseñanza de la suma y la resta mediante esta metodología se basa única y exclusivamente en la resolución de algoritmos. Los ejercicios están diseñados para aprender a resolver las sumas y restas sistemáticamente sin prestar atención a su aplicabilidad real. Los alumnos aprenden a resolver estos algoritmos de manera mecánica sin entender para qué y en qué situaciones deben ser utilizados. A consecuencia de lo anterior, es de destacar que planteando variantes a los ejercicios de los libros de texto por parte del profesor, la experiencia vivida demuestra que los alumnos tienden a bloquearse y a quedarse sin saber qué tienen que hacer.

Si bien con esta metodología los alumnos resuelven de manera correcta todos los ejercicios y algoritmos planteados en el libro, no entienden qué están haciendo. Esto sucede porque están acostumbrados a resolver los mismos problemas de forma mecánica constantemente. En este sentido, aunque en un primer momento el trabajo en torno a los algoritmos resulte gratificante, ya que los alumnos aprenden rápidamente la manera de resolverlo, a la larga se demuestra que es un aprendizaje falso. Los alumnos no aprenden el sentido de la suma y la resta, simplemente, interiorizan un procedimiento.

Asimismo, los libros de texto tienden a trabajar los algoritmos de la suma y de la resta por separado, es decir no los interrelacionan. Primero se centran en trabajar y en enseñar a cómo resolver el algoritmo de la suma. Para ello, plantean ejercicios donde los alumnos deben resolver las diferentes sumas que aparecen. Después de haber trabajado el algoritmo de la suma y que los alumnos hayan aprendido su procedimiento, se dejará de lado este algoritmo para empezar a trabajar la resta. Al trabajar estos dos contenidos de manera separada los alumnos no entienden ni aprenden la relación que existe entre ambas. Un problema común en esta manera de trabajar los algoritmos sucede cuando la incógnita que los alumnos deben resolver no es el resultado final del algoritmo que aparece en el libro. Por ejemplo:

$$5 + \square = 8$$

Ilustración 16. Supuesto de un problema para trabajar los algoritmos

En este supuesto, teniendo en cuenta que los alumnos interiorizan un sistema de resolución de ejercicios mecánico, identificarán el símbolo de la suma en primer lugar y se encontrarán con una de las dos siguientes situaciones. Primera, el alumno puede mostrarse bloqueado en la medida en que la colocación habitual de los números ha sido alterada. Segunda, teniendo en cuenta que en el ejercicio figura el símbolo de la suma, el alumno realizará la operación poniendo el resultado trece en el cuadro. Los dos escenarios descritos evidencian que una de las carencias de esta metodología es

que el alumno no ha aprendido a interrelacionar y sobre todo a entender la utilidad de las sumas y de las restas.

A modo de resumen, se puede apreciar que los resultados que se obtienen como consecuencia de la utilización de este método son en general bastante negativos. Los alumnos muestran poco interés hacia las matemáticas, ya que su quehacer se limita a escuchar lo que el maestro explica y a repetir día tras día el mismo procedimiento. Además no son capaces de comprender por qué y para qué son necesarios estos algoritmos mostrándose incapaces de utilizar la suma y la resta en contextos diferentes a los planteados en los libros de texto.

No obstante todo lo anterior, en la medida en que los docentes son en definitiva quienes tienen el control sobre la aplicación del método a los alumnos, depende de ellos que se siga un uso estricto del mismo o bien se adapte transformándolo a las necesidades de éstos. En todo caso, nunca se podrán alcanzar los resultados de la utilización de una teoría de situaciones didácticas en tanto en cuanto todo pivota en torno a la resolución de algoritmos.

La teoría de situaciones por su parte, tiene como objetivo fundamental hacer de los alumnos personas matemáticamente competentes. Es decir, que sepan cuándo, cómo y por qué deben usar los conocimientos matemáticos. Gracias a la utilización de situaciones didácticas, los alumnos se convierten en los principales protagonistas de sus quehaceres y en consecuencia, de sus propios aprendizajes. Por esto, son ellos mismos quienes por sus experiencias, experimentan la necesidad de aprender diferentes contenidos matemáticos.

Las situaciones que han sido diseñadas en el presente trabajo permiten a los alumnos conocer los diferentes contextos dónde los algoritmos de la suma y de la resta pueden ser utilizados. De este modo los alumnos tienen la oportunidad de conocer y observar el uso real y significativo que estos dos algoritmos tienen en la vida cotidiana. Asimismo, la estrategia de enseñanza de la teoría de situaciones, está totalmente alejada de la conocida metodología tradicional. Esta teoría se basa en el planteamiento de diferentes problemas a los que los alumnos deberán encontrar solución. Ellos utilizarán las estrategias necesarias hasta llegar a conseguir solucionar el problema. La técnica matemática necesaria para poder resolverlo será la suma o la resta. De esta

manera, el aprendizaje del procedimiento del algoritmo será el final de un largo proceso donde los alumnos verán necesaria su utilidad. Los alumnos entienden el por qué y para qué sirven estos dos algoritmos.

Esta teoría favorece la perspectiva positiva hacia las matemáticas, ya que los alumnos se divierten con los problemas o juegos que se les plantea. De esta manera, no visualizan las matemáticas como algo aburrido e irreal sino como algo que tienen interés de hacer. Siendo esto necesario para estar motivados y continuar con ganas de seguir aprendiendo y adquiriendo conocimientos matemáticos.

Por todo lo planteado anteriormente, se puede deducir que esta teoría llamada teoría de situaciones puede cubrir los huecos que las metodologías tradicionales contienen. Haciendo de las matemáticas una asignatura divertida para los alumnos mientras adquieren los conocimientos necesarios de una manera lúdica y significativa.

ERREFERENTZIAK

- Bachelard, G. (1983). *La formación del espíritu científico*. Buenos Aires: Siglo XXI
- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993)
- Brousseau, G. (1999). *Educación y Didáctica de las matemáticas*, en *Educación Matemática*, México.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones*. Buenos Aires, Argentina: Zorzal
- Castro, E. (2008). *Didáctica de la matemática en educación primaria*. Madrid: Síntesis S.A
- Chamorro, M^a. C. (1991). *El aprendizaje significativo en el área de matemáticas*. Madrid: Alhambra-Logman
- Chamorro, M^a. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas. Colección Infantil*. Madrid: PEARSON EDUCATION
- Chamorro, M^a. C. (2003). *Didáctica de las matemáticas. Colección Primaria*. Madrid: PEARSON EDUCATION
- Gobierno de España, Departamento de Educación. (2006). *LEY ORGÁNICA de 3 de mayo, de EDUCACIÓN (LOE)*. Madrid: BOE Núm. 106, jueves 4 de mayo de 2006
- Gréco, P.; Morf, A. (1962). *Structures numériques élémentaires*. Paris: PUF
- Lasa, A. (2014). *Matematika eta bere didaktika II*. Nafarroako Unibertsitate Publikoa
- L. Osborne, Elsie. (1982). *Su hijo de 7 años*. Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica S.A.
- Maza, C. (2008). Adición y sustracción. E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en educación primaria*. (or.177-202). Madrid: Síntesis S.A
- Muñoz, A. (2010). *Psicología del Desarrollo en la Etapa de Educación Primaria* (1. Kap.). Madrid: Pirámide.

Nafarroako Gobernua. (2009) 24/2007 Foru Dekretua, martxoaren 19ko, Nafarroako Foru Komunitateko Lehen Hezkuntzako irakaskuntzetarako curriculumak ezartzen du.(BON 23/05/2007)

Panizza, M. (2003). *II Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas*.

Pascual, J.R.; Etxeberria, J.;Wilhelmi, M.R; Lasa, A. (2014). *Matematika eta bere didaktika Haur Hezkuntzan*. Nafarroako Unibertsitate Publikoa

Piaget, J. (1973). *Introduction à l'épistémologie génétique*. París: PUF